## シミュレーションによるATLAS実験における 第三世代超対称性粒子の解析

## 大阪大学大学院 理学研究科物理学専攻 山中卓研究室 博士前期課程2年

## 石川迪雄

February 3, 2009

#### 概 要

スイスとフランスの国境にある欧州原子核研究機構 (CERN) に建設された大型陽 子陽子衝突型加速器 (LHC) を用いた実験では、超対称性粒子の発見など標準理論を 超える新たな物理の解明が期待されている。LHC で行われる実験の一つに ATLAS 実験がある。シミュレーションによって ATLAS 実験における 1*fb*<sup>-1</sup>の統計量を仮定 した際の、超対称性理論のモデルやパラメータに制限を与える方法について研究し た。超対称性理論には複数のモデルがあり、個々の超対称性粒子の質量がモデルや パラメータによって異なる。特に、mSUGRA というモデルでは、第三世代超対称性 粒子の質量が軽くなるという特徴がある。そのため、第三世代超対称性粒子を崩壊 過程に含む事象を研究することで、超対称性理論のモデルやパラメータの絞り込み が可能となる。

本研究では、LHC で生成された  $\tilde{g}$ が、第三世代超対称性粒子である  $\tilde{t}_1$  と、t クォー クに崩壊し、 $\tilde{t}_1$  は b クォークと  $\tilde{\chi}_1^{\pm}$  へと崩壊する過程を解析する。このときの t クォー クは b クォークと W ボソンに崩壊し、さらに W ボソンは 2 つの軽いクォークへ 崩壊するものを解析する。この崩壊でできる 2 つの b クォークからなるジェットと、 2 つの軽いクォークからなるジェットの合計 4 本のジェットから不変質量分布を作る と、 $\tilde{t}_1$  の質量に対応した edge が出来る。この edge の探索により、着目する崩壊過 程の探索を行う事が出来、理論が予言する崩壊過程が有るかどうかの確認や、理論 モデル、パラメーターの絞り込みを行う事が出来る。

この崩壊過程が作る edge 位置は、mSUGRA の理論のパラメーターによって変化 する。この崩壊過程には b クォーク起源のジェットを含む。b クォーク起源のジェッ トの同定確率 (b-tag efficiency) が変化すれば、解析に必要な統計量が変化する。

そこで本研究では、mSUGRA の理論のパラメーターや b-tag efficiency が変わった際の不変質量分布の edge の探索感度を、シミュレーションによって調べた。その結果、mSUGRA のパラメータを、A = -400 GeV,  $\tan\beta = 10$ ,  $sign(\mu) = +$ ,  $m_0 = 100$  GeV,  $m_{1/2} = 160$  GeV とするとき、b-tag efficiency が 60% 以上有れば、80% 以上の確率で edge の同定ができる。

mSUGRA のパラメータを、 $A = -400 \text{ GeV}, \tan\beta = 10, sign(\mu) = + とするとき、$  $m_{1/2} = 160 \text{ GeV}$ のとき  $m_0 < 250 \text{ GeV}, m_0 = 100 \text{ GeV}$ のとき  $m_{1/2} < 180 \text{ GeV}$ の 範囲で 80%以上の確率で edge を同定できる。

# 目 次

第1章	序論		8
1.1	超対称	『性理論	8
	1.1.1	超対称性理論によって標準理論の問題点を解決可能な例	8
	1.1.2	MSSM	9
	1.1.3	mSUGRA	10
	1.1.4	GMSB	13
1.2	本研究	この目的	13
1.3	実験に	こおける超対称性シグナル	13
	1.3.1	R パリティ	13
	1.3.2	LSP による $missingE_T$	14
1.4	解析の	)概要	15
第2章	LHC	と ATLAS	18
2.1	LHC		18
2.2	ATLA	S	19
	2.2.1	内部飛跡検出器	19
	2.2.2	カロリメータ	23
	2.2.3	マグネットシステム	26
	2.2.4	ミューオン検出器.......................	28
第3章	第三世	せ代超対称性粒子を含む崩壊過程の解析	29
3.1	解析に	使用したデータ	29
	3.1.1	mSUGRA <b>モデルのデータ</b>	29
	3.1.2	標準理論の事象 (tī 対生成) によるバックグラウンドのデータ.	30
	3.1.3	GMSB モデルのデータ	31
3.2	解析		31
	3.2.1	注目する崩壊過程と不変質量分布	31
	3.2.2	カット	32
	3.2.3	イベントジェネレーターで作られた粒子の4元運動量や質量.	35
	3.2.4	シグナルの再構成	37
	3.2.5	W sidebands method	38

	3.2.6 Edge 発見の基準	40
3.3	full simulation と fast simulation の違い	45
	$3.3.1$ jet $p_T$ と $\eta$ 分布の比較	45
	3.3.2 W side bands method を用いてバックグラウンドを差し引いた	
	後の $m_{bbij}$ 分布の比較 $\ldots$	46
3.4	この章のまとめ゛...............................	50
第4章	Edge の探索感度	51
4.1	b-tag efficiency に対する依存性	51
	4.1.1 toy MC による edge の同定確率	51
4.2	mSUGRA のパラメータを変えた際の依存性	54
	4.2.1 mSUGRAのパラメータ	54
	4.2.2 mass spectrum	55
	$4.2.3$ fitting により得られる edge 位置 $M^{max}$ と、Truth 情報から得ら	
	れる edge 位置との間の Linearity	55
	$4.2.4  m_0 \text{ scan}  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  $	56
	4.2.5 $m_{1/2}$ scan	56
4.3	この章のまとめ	58
第5章	まとめ	61
(寸 昻 /	検出器シミュレーションと Object reconstruction	62
付録/	、検出器シミュレーションと、Object reconstruction	62 62
付録∦ A.1	、検出器シミュレーションと、Object reconstruction full simulation	<b>62</b> 62
付録A A.1	<ul> <li>検出器シミュレーションと、Object reconstruction</li> <li>full simulation</li></ul>	<b>62</b> 62 62
付録A.1	検出器シミュレーションと、Object reconstruction         full simulation         A.1.1       検出器シミュレーション         A.1.2       クラスターの生成         A.1.3       jet	<b>62</b> 62 62 62 63
付録A.1	検出器シミュレーションと、Object reconstruction         full simulation         A.1.1       検出器シミュレーション         A.1.2       クラスターの生成         A.1.3       jet         A.1.4       第34	<b>62</b> 62 62 62 63 64
付録A.1	検出器シミュレーションと、Object reconstruction         full simulation         A.1.1       検出器シミュレーション         A.1.2       クラスターの生成         A.1.3       jet         A.1.4       電子	62 62 62 63 64 64
付録₄ A.1	検出器シミュレーションと、Object reconstruction         full simulation         A.1.1       検出器シミュレーション         A.1.2       クラスターの生成         A.1.3       jet         A.1.4       電子         A.1.5       ミューオン	<ul> <li>62</li> <li>62</li> <li>62</li> <li>62</li> <li>63</li> <li>64</li> <li>64</li> <li>65</li> </ul>
付録A.1	検出器シミュレーションと、Object reconstruction           full simulation	62 62 62 63 64 64 65 65
付録A.1 A.1 A.2	検出器シミュレーションと、Object reconstructionfull simulationA.1.1検出器シミュレーションA.1.2クラスターの生成A.1.3jetA.1.4電子A.1.5 $\exists a - d z d d d d d d d d d d d d d d d d d$	62 62 62 63 64 64 65 65
付録A.1 A.1 A.2	検出器シミュレーションと、Object reconstruction           full simulation	<b>62</b> 62 62 63 64 65 65 65
付録A.1 A.1 A.2	検出器シミュレーションと、Object reconstruction full simulation	62 62 62 63 64 64 65 65 65 66
付録A A.1 A.2	検出器シミュレーションと、Object reconstruction         full simulation         A.1.1       検出器シミュレーション         A.1.2       クラスターの生成         A.1.3       jet         A.1.4       電子         A.1.5       ミューオン         A.1.6       missing $E_T$ fast simulation の場合         A.2.1       検出器シミュレーション         A.2.2       jet         A.2.3       電子、ミューオン	62 62 62 63 64 64 65 65 65 65 66 67

## 図目次

1.1	超対称性粒子。	標準理論の粒子	と1	۴-	-	- 7	ナ-	- 13	こな	3	超	対	称	性	粒	子	が	存	
	在するはずだた	バ未発見である。																	

9

- 1.6 ATLAS 検出器のビーム軸方向から見た event display。6本の jet、74 GeV, 84 GeV の p<sub>T</sub> を持つミューオン (図 1.7 で左方向ヘトラックがある。図 1.6 で は検出器の一部を取り除いて表示しているため見えない) この event で の missing E<sub>T</sub> は 283 GeV である。
- 1.7
   図 1.6 と同じ event を検出器の横から見た図。左方向へのミューオン

   のトラックが見える
   16

2.2	内部飛跡検出器全体図。内部から順に、Pixel、SCT、TRT。内部検出	
	器全体で、直径 2.3m、高さ 5.6m の円筒形をしている	20
2.3	Pixel 検出器	20
2.4	SCT バレルモジュール。各モジュールは片面に6個のチップ、768本	
	のストリップがあり、両面に張り合わされている。モジュールのスト	
	<b>リップ</b> 方向の大きさは 128mm である	21
2.5	SCT バレル全体図。バレル4層に計2112個のSCT モジュールがつい	
	ている。	22
2.6	SCT エンドキャップモジュール。Outer(左)、Middle(中)、Inner(右)の	
		22
2.7	SCT エンドキャップ全体図。リング状にモジュールは配置される	23
2.8	TRT	24
2.9	カロリメータ全体図。内側に EM カロリメータ、外側にハドロンバレ	
	ルカロリメータ、ハドロンエンドキャップカロリメータ、フォワードカ	
	ロリメータがある。	24
2.10	EM カロリメータ	25
2.11	ハドロンカロリメータ	26
2.12	人が持っているのはハドロンカロリメータ用シンチレーター	27
2.13	マグネットシステムの全体像。中央のソレノイドマグネットがあり、	
	カロリメータの外側にはトロイダルマグネットがある。・・・・・・	27
2.14	ミューオン検出器の全体像。MDT,CSC,RPC,TGCの4種類の検出器	
	で構成されている.............................	28
0.1		
3.1	tt 対生成事家における W 小ソン対の朋環。それそれの W 小ソンは $1/3$	
	の帷率でニュートリノを含むレノトン対への朋環を起こし、2/3の確	
	率 $C$ 軽い $7$ オーク 別へ 朋 環 $9$ る。 $ 200 W$ 小 $20$ か $100$ そ $100$ そ $100$	
	くとも一 フのレフトン対への朋環が起さるのは、2/9+2/9+1/9=5/9	20
2.0		30
3.2	1ヘント内の jet のうら、 取も $p_T$ の人 こい jet の $p_T$ (GeV)。 羔巴線:SU4,	20
0.0		32
<b>პ</b> .პ	missing $E_T$ (GeV)。 素巴線:SU4, 亦巴城線: $ F \cup J \mathcal{E} \supseteq \mathcal{O} tt 事家,$	0.0
2.4		33
3.4	LIECTIVE MASS(GEV)。 素巴緑: 504, 亦巴坡緑: ユートリノを含む # 事 会 美会上娘 CMCD	<u>າ</u> ∦
25	③、月巴       〇〇〇〇       〇〇〇       〇〇〇       〇〇〇       〇〇〇       〇〇〇       〇〇〇       〇〇〇       〇〇〇       〇〇〇       〇       〇       〇       〇       〇       〇       〇       〇       〇       〇       〇	54
J.J	$missingE_T(GeV)/Enective mass(GeV)。素巴舔:504,亦巴帗舔:—ユー トロノた合わ 任事免 書色占領.CMCD$	91
	「ソノでロUll 尹豕, 月巴忌跡.GMDD	<b>J</b> 4

3.6	パラメータに $\operatorname{SU4}$ を指定したときの超対称性粒子の質量。 $ ilde{t}_1$ の質量	
	$(約 200 \text{ GeV})$ は、 $ ilde{q_L}( ilde{u_L}, ilde{d_L}, ilde{c_L}, ilde{s_L}$ の平均、約 $400 \text{ GeV})$ に比べて軽い。	
	$\tilde{g}, \tilde{t}_1, \tilde{\chi}_1^{\pm}$ それぞれの質量は 410.2 GeV, 199.5 GeV, 112.7 GeV	35
3.7	Truth <b>情報から作ったシグナルの不変質量分布</b> (GeV) ( <b>黒色線</b> :gluon ra-	
	diation する前のクォークの4元運動量を使用した場合、赤色破線:gluon	
	radiation した後のクォークの4元運動量を使用した場合)。	36
3.8	SU4 での <i>m<sub>jj</sub></i> 分布 (GeV)	37
3.9	$m_{bbjj}$ 分布 (GeV)。黒色線:SU4, 赤色破線:ニュートリノを含む $t\bar{t}$ 事象,	
	青色点線:GMSB。GMSB はほぼすべてカットで落とされている。	38
3.10	SU4の <i>m<sub>bbjj</sub></i> 分布(GeV)。黒色:(C),赤色丸マーカー:((R+L)/2)	39
3.11	W side bands method を用いてバックグラウンドを差し引いた後の	
	$m_{bbjj}$ 分布 (GeV)。黒色線:SU4, 赤色丸:ニュートリノを含む $tar{t}$ 事象, 青	
	色四角:GMSB	40
3.12	SU4 と $t\bar{t}$ による、W side bands method を用いてバックグラウンドを	
	差し引いた後の $m_{bbjj}$ 分布を $\mathrm{fitting}$ したもの $(\mathrm{GeV})$ 。 $\mathrm{edge}$ 位置に対応	
	する M <sup>max</sup> は 275.5 ± 4.2 GeV	41
3.13	GMSB と $t\bar{t}$ による、W side bands method を用いてバックグラウンド	
	を差し引いた後の $m_{bbjj}$ 分布を $\mathrm{fitting}$ したもの $(\mathrm{GeV})$ 。 $\mathrm{edge}$ 位置に対	
	応する $M^{max}$ は $442.3 \pm 61.4$ GeV	42
3.14	$tar{t}$ による $\chi^2/ndf$ の分布。	43
3.15	$tar{t}$ による $\delta M^{max}/M^{max}$ の分布。	44
3.16	$tar{t}$ による $edge$ の高さの分布。	44
3.17	full simulation(黒色線) と Fast simulation(赤色破線)の jet の $p_T$ 分布	
	$(GeV)_{\circ}$	45
3.18	full simulation と Fast simulation の jet の $p_T$ 分布 (GeV) の差を full	
	simulation の分布で割ったもの。	46
3.19	full simulation(黒色線) と Fast simulation(赤色破線) の jet の $ \eta $ 分布	
	$(GeV)_{\circ}$	47
3.20	full simulation と Fast simulation の jet の $ \eta $ 分布 (GeV) の差を full	
	simulation の分布で割ったもの。	47
3.21	カロリメーターには部分的に jet の検出効率が下がる領域があり、ク	
	ラック領域と呼ばれる。例えば $0.7 < \eta < 1.2$ 等。このような効果は	
	fast simulation では正確には考慮されない	48
3.22	full simulation による W side bands method を用いてバックグラウン	
	ドを差し引いた後の $m_{bbjj}$ 分布............................	48
3.23	fast simulation による W side bands method を用いてバックグラウン	
	ドを差し引いた後の $m_{bbjj}$ 分布 $\ldots$	49

4.1	b-tag efficiency $40\%$ の時の SU4 と $t\bar{t}$ の、W side bands method を用い	
	てバックグラウンドを差し引いた後の $m_{bbjj}$ 分布 $(GeV)$ 。	52
4.2	b-tag efficiency 50%の時のSU4と $t\bar{t}$ の、W side bands method を用い	
	てバックグラウンドを差し引いた後の $m_{bbjj}$ 分布 $(GeV)$ 。	52
4.3	b-tag efficiency $60\%$ の時の SU4 と $t\bar{t}$ の、W side bands method を用い	
	てバックグラウンドを差し引いた後の $m_{bbjj}$ 分布 $( ext{GeV})$ 。	52
4.4	黒色丸: <i>M<sup>max</sup></i> (GeV) とその誤差。b-tag efficiency が増加するに従い、	
	fit の誤差も小さくなっている。赤色四角: $M^{max}(calc)$	53
4.5	$\delta M^{max}/M^{max}$ とb-tag efficiencyの関係。黒色丸: $\delta M^{max}/M^{max}$ 。b-tag	
	efficiency が増加するに従い、 $\delta M^{max}/M^{max}$ も小さくなっている。	53
4.6	$MI11$ と $MI21$ の $Mass$ Spectrum。 $m_0$ が $300$ GeVより大きいと $\tilde{g}$ 質量	
	が $t$ クォーク質量と $ ilde{t}_1$ 質量の合計より小さい為 $ ilde{g}  o t  ilde{t}_1$ 崩壊が禁止され	
	వె	55
4.7	MI11 $\succeq$ MI20 $\sigma$ Mass Spectrum	56
4.8	黒色丸: <i>M<sup>max</sup> と M<sup>max</sup>(calc)</i> の相関。	57
4.9	$m_0$ に対する $M^{max}$ (黒色丸)、 $M^{max}(calc)$ (赤色四角)。	57
4.10	$m_{1/2}$ に対する $M^{max}$ (黒色丸)、 $M^{max}(calc)$ (赤色四角)。	58
4.11	MI17のW side bands method を用いてバックグラウンドを差し引い	
	た後の $m_{bbjj}$ 分布分布。 $(m_{1/2} = 200 \text{ GeV})$	59
4.12	MI19のW side bands method を用いてバックグラウンドを差し引い	
	た後の $m_{bbjj}$ 分布分布。 $(m_{1/2} = 210 \text{ GeV})$	59
4.13	MI20のW side bands method を用いてバックグラウンドを差し引い	
	た後の $m_{bbjj}$ 分布分布。 $(m_{1/2} = 220 \text{ GeV})$	59
A.1	2 通りのシミュレーションの方法。検出器のジオメトリや物質密度な	
	どを厳密に再現する full simulation と、精度は劣るが短時間で大量の	
	イベントを生成できる fast simulation(atlfast) が有る	66

# 表目次

1.1	超対称性粒子。クォークのスーパーパートナーである squark、レプト ンのスーパーパートナーである slepton、ゲージボソンのスーパーパー トナーである neutralino、chargino、gluino。これらのスピン、ゲージ 固有状態、質量固有状態の一覧。パートナーの標準理論の粒子に対し てスピンが $1/2$ 違う。中性 gaugino と中性 Higgsino は量子数が等しい ため混合して、neutralino となる、質量の低い順に 1 から 4 の添字を	
	付ける。同様に荷電 gaugino と荷電 Higgsino は混合して、chargino と なる [3]。	10
2.1	LHC の主なデザインパラメーター	18
$3.1 \\ 3.2$	SU4のmSUGRAのパラメータ	29 31
4.1	SU4 で b-tag efficiency を変えたときに toy MC で edge を同定できる 確率	54
4.2	データを作成した際に指定した mSUGRA のパラメータとトップク オーク質量、及びそのときの陽子陽子衝突による生成断面積。各点は $A = -400 \text{ GeV}, \tan\beta = 10, sign(\mu) = +, t $ クォーク質量 175GeV で固 定した	54
4.3	表 4.3 のデータによる toy MC で edge を同定できる確率	60

## 第1章 序論

ジュネーブにある欧州原子核研究機構 (CERN) に、大型陽子陽子衝突加速器 (LHC) が建設された。LHC は重心系衝突エネルギーが 14TeV の世界最高エネルギーの加速 器である。ヒッグス粒子や、質量が数 TeV 程度の超対称性粒子が発見可能だと期待 されている。本論文では、LHC の検出器の一つの ATLAS 検出器を用いた第三世代 超対称性粒子を含む崩壊過程の解析を行う。

### 1.1 超対称性理論

標準理論の様々な問題点を解決するために、標準理論の拡張として超対称性理論 が作られた。超対称性理論によると、それぞれの標準理論の粒子とペアになるスー パーパートナーと呼ばれる超対称性粒子が存在する。スーパーパートナーの粒子は、 ペアの標準理論の粒子とスピンが 1/2 違う粒子である。しかし、これまで超対称性 粒子は未発見である。超対称性事象が LHC で生成、発見されれば、超対称性理論の 証拠となる。標準理論と超対称性理論の粒子の一覧を図 1.1 に示す。表 1.1 に超対称 性粒子とそのスピンについて示す。標準理論はとても成功した理論であるが、いく つか問題点がある。その問題点のいくつかは超対称性理論によって解決する可能性 がある。これを 1.1.1 で説明する。超対称性理論にはいくつかモデルがある。これら モデルを 1.1.2 以降で説明する。

#### 1.1.1 超対称性理論によって標準理論の問題点を解決可能な例

標準理論の問題点を超対称性理論の導入によって解決可能な例を下に示す

輻射補正を考慮した場合の higgs 粒子の質量 m<sub>h</sub> は、輻射補正を無視した近似の質量を m<sub>h</sub>(tree) とし、紫外切断のパラメータ A の 2 乗に比例する項を用いて次のように表される。

$$m_h^2 = m_h^2(tree) + O(\Lambda^2) \tag{1.1}$$

このとき、左辺の higgs 粒子の質量は電弱スケールであるのに対し、 $\Lambda$  は一般 に GUT (10<sup>15</sup>GeV) スケールである。 $m_h$  を電弱スケールに抑えるにはループ



図 1.1: 超対称性粒子。標準理論の粒子とパートナーになる超対称性粒子が存在する はずだが未発見である。

計算時に  $O((10^{15})^2)$  -  $O((10^{15})^2) \sim O((10^2)^2)$  程度の相殺が起こる必要がある。 このような微調整は不自然であり、微調整問題と呼ばれる。

超対称性粒子が存在する場合、ループ計算時に使われるある標準理論の粒子からの寄与と、そのスーパーパートナーの超対称性粒子からの寄与が相殺する。 このため m<sub>0</sub> が電弱スケールになるための相殺が必然的におこり、微調整問題の不自然さが解消される。

- 図 1.2 のように、超対称性が存在すると、電磁気力、弱い力、強い力、の3つ の力が GUT スケールで統一される。
- 宇宙には、光っていないか光を反射しないために、光学的に観測されていない 質量が有る。この見えない質量を持つ物のことをダークマター(暗黒物質)と 言う。ダークマターの全ては標準理論の粒子だけで説明できない可能性があり、 一番軽く電荷が中性の超対称性粒子は、有力な候補である。

#### 1.1.2 MSSM

標準理論が超対称性を満たすように最小限の拡張を行った理論が Minimal Supersymmetric Standard Model(MSSM) である。

もし超対称性が破れていなければ、標準理論の粒子と、そのスーパーパートナー である超対称性粒子は等しい質量を持つ。しかし、実験で標準理論の粒子と等しい 質量を持つ超対称性粒子は発見されていない。よって、何らかの理由で超対称性は 破れており、超対称性粒子は重くなっていると考えられる。

Names	Spin	Gauge Eigenstates	Mass Eigenstates
Higgs bosons	0	$H_{u}^{0}, H_{d}^{0}, H_{u}^{+}, H_{d}^{-},$	$h^0, H^0, A^0, H^\pm$
		$ ilde{u}_L,  ilde{u}_R,  ilde{d}_L,  ilde{d}_R$	(same)
squarks	0	$ ilde{s}_L,  ilde{s}_R,  ilde{c}_L,  ilde{c}_R$	(same)
		$ ilde{t}_L,  ilde{t}_R,  ilde{b}_L,  ilde{b}_R$	$\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{b}_1, \tilde{b}_2$
		$\tilde{e}_L, \tilde{e}_R, \tilde{\nu}_e$	(same)
sleptons	0	$ ilde{\mu}_L,  ilde{\mu}_R,  ilde{ u}_\mu$	(same)
		$ ilde{ au}_L,  ilde{ au}_R,  ilde{ u}_ au$	$ ilde{ au}_1, ilde{ au}_2, ilde{ u}_{ au}$
neutralinos	1/2	$\tilde{B^0}, \tilde{W^0}, \tilde{H^0_u}, \tilde{H^0_d},$	$ ilde{\chi}^0_1,  ilde{\chi}^0_2,  ilde{\chi}^0_3,  ilde{\chi}^0_4,$
charginos	1/2	$\tilde{W}^{\pm}, \tilde{H_u^+}, \tilde{H_d^-}$	$\tilde{\chi_1^{\pm}}, \tilde{\chi_2^{\pm}}$
gluino	1/2	$ ilde{g}$	(same)

表 1.1: 超対称性粒子。クォークのスーパーパートナーである squark、レプトンのスー パーパートナーである slepton、ゲージボソンのスーパーパートナーである neutralino、 chargino、gluino。これらのスピン、ゲージ固有状態、質量固有状態の一覧。パート ナーの標準理論の粒子に対してスピンが 1/2 違う。中性 gaugino と中性 Higgsino は 量子数が等しいため混合して、neutralino となる。質量の低い順に 1 から 4 の添字を 付ける。同様に荷電 gaugino と荷電 Higgsino は混合して、chargino となる [3]。

超対称性の破れは、隠れた世界 (Hidden Sector) でおき、何らかの相互作用によっ て伝わって来ると考えられている。その破れを伝える相互作用が何であるかによって、 複数のモデルが提唱されている。重力相互作用を通して破れが伝わるのが Gravity mediation モデルであり、ゲージ相互作用を通して破れが伝わるのが Gauge mediation モデル (GMSB) である。

#### 1.1.3 mSUGRA

MSSM は、一般的には 124 個のパラメータを持つ。そこで、いくつかの仮定を入 れてパラメータの数を 5 個に減らした Gravity mediation モデルが、minimal super gravity model (mSUGRA) である。

mSUGRA の5つのパラメータ、およびそれに関するパラメータの数を減らすための仮定は以下の通りである。

- m<sub>0</sub>: GUT スケールでのスフェルミオンの質量
  - スフェルミオン (クォークやレプトンのスーパーパートナー) の質量は図 1.3 で 示すように、 GUT スケールで同じであるという仮定を課している。LHC で探



図 1.2: GUT スケールでの力の統一 [4]: 横軸はエネルギースケール (eV)、縦軸は結 合定数の逆数。*i*=1 は電弱力の U(1) の結合定数、*i*=2 は電弱力の SU(2) の結合定 数、*i*=3 は強い相互作用の結合定数である。緑色の線は超対称性が存在しない場合、 赤線は 1TeV 付近に超対称性粒子が存在する場合の結合定数の発展。

索する領域ではこの値に輻射補正が加わる。*m*0が大きくなるに従い、スクォークの質量は増加傾向がある。

• m<sub>1/2</sub>: GUT スケールでのゲージーノの質量

スカラー粒子と同じように、ゲージ粒子のスーパーパートナーの質量も GUT スケールで同じ m<sub>1/2</sub> であると仮定する。*m*<sub>0</sub> と同様に、この値が大きくなるに 従い、LHC で探索する領域でもグルイーノを始めとするゲージーノの質量は 増加傾向がある。

• A: trilinear coupling

ヒッグスとフェルミオンの湯川結合  $y_i$  に対応して、ヒッグスとスフェルミオンの結合定数を $y_iA_i$  とする。SUSY 粒子はスクォークが 6 種類、スレプトンが 3 種類あるので、A は 9 種類あるはずであるが、 これら  $A_i$ は GUT スケールで同じ値 A になると仮定している。

- sign(µ): higgsino の質量パラメータの符号。
- tan β :2 つの higgs doublet の真空期待値の比
   tanβ(=< H<sub>u</sub><sup>0</sup> > / < H<sub>d</sub><sup>0</sup> >)



図 1.3: 超対称性粒子の質量の発展。横軸はエネルギースケールの桁 (GeV)、縦軸は 超対称性粒子の質量 (青線は squark、赤線は slepton、黒線は gaugino、緑の点線は超 対称性 higgs 粒子)。それぞれ GUT スケールで  $m_0$ 、 $m_{1/2}$ 、 $(\mu^2 + m_0^2)^{1/2}$  に等しくな る。 $H_u$  が 10<sup>2</sup> のエネルギースケールで負になるのは、電弱対称性の破れを示す。こ の plot では  $m_0 = 80$  GeV,  $m_{1/2} = 250$  GeV, A = 500 GeV,  $tan\beta = 10$ ,  $sign(\mu) = +$ である。スクォークとスレプトンの第三世代はそれぞれ赤と青の点線で書かれてお り、軽くなっていることがわかる [3]

#### 1.1.4 GMSB

ゲージ相互作用を通して超対称性の破れが伝わるのが GMSB モデルである。GMSB では、私たちの世界と Hidden Sector との間にメッセンジャーセクターが存在し、メッ センジャーセクターを通して超対称性の破れが伝わる。GMSB のパラメータは以下 の 6 つである。

- *M<sub>m</sub>*:メッセンジャーの質量
   SUSY の破れを伝えるメッセンジャーの質量
- $\Lambda$ : SUSY の破れの程度 SUSY の破れのスケールの 2 乗を F とするとき、 $\Lambda = F/M_m$
- *N*<sub>5</sub>:メッセンジャーの数
- $C_{grav}$ : Hidden Sector とメッセンジャーセクターの結合の強さ
- $tan\beta$ : mSUGRA と共通
- *sign*(µ): mSUGRA と共通

### 1.2 本研究の目的

図 1.4 で示す様に、超対称性を破るモデルのうち mSUGRA では、 $\tilde{t}_1$ ,  $\tilde{b}_1$  の質量は、  $\tilde{u}$ ,  $\tilde{d}$ ,  $\tilde{c}$ ,  $\tilde{s}$  と比較して軽くなり、 $\tilde{g} \rightarrow t\tilde{t}_1$  崩壊が可能になるほど  $\tilde{t}_1$  が軽くなることもあ り得るのが特徴である。この特徴に着目し、本研究では  $\tilde{g} \rightarrow t\tilde{t}_1 (\rightarrow b\tilde{\chi}^{\pm}$  という  $\tilde{g}$  の 生成崩壊過程の探索感度をシミュレーションを用いて評価する。この連鎖崩壊過程の 発見は超対称性理論を裏付ける証拠であり、かつ、mSUGRA の実験的検証となる。

## 1.3 実験における超対称性シグナル

### 1.3.1 Rパリティ

超対称性粒子は-1、標準理論の粒子は1というRパリティを持ち、粒子の生成崩壊の前後でこのRパリティの積を保存することが、一般的な超対称性理論では仮定される。LHC は陽子陽子衝突型加速器であるため、強い相互作用によるRパリティを保存した生成 ( $\tilde{q}$ ,  $\tilde{q}\tilde{g}$ ,  $\tilde{g}\tilde{g}$ ) が可能である。

弱い相互作用による R パリティを保存した生成  $(\tilde{\chi}^+ \tilde{\chi}^-, \tilde{\chi}^0 \tilde{\chi}^0, \tilde{\chi}^\pm \tilde{\chi}^0)$  も可能である が、強い相互作用による生成の方が生成断面積が大きい。



図 1.4: 定性的な超対称性粒子の mass spectrum のモデルによる違い。(a)mSUGRA、(b)GMSB。(a) では第三世代超対称性粒子である  $\tilde{t}_1 \geq \tilde{b}_1$  が軽くなっている

図 1.5 で示す様に LHC で生成された超対称性粒子は R パリティを保存するよう に崩壊し、最終的に最も軽い安定な超対称性粒子 (=Lightest Supersymmetric Particle) となる。LSP はダークマターの候補であり、電気的に中性だと考えられている。 mSUGRA では LSP は  $\tilde{\chi}_1^0$  である。

### 1.3.2 LSP による $missingE_T$

LSP である  $\tilde{\chi_1^0}$  は電気的に中性であり、また強い相互作用をしないため、検出器で LSP のヒットをとらえることはできない。

陽子陽子衝突型加速器では、陽子内のクォークやグルーオンによる衝突が起きる。 クォークやグルーオンの運動量がわからないため、一般的に検出器のビーム軸方向 の運動量保存を用いた解析はできない。このため、運動量をビーム軸に垂直な平面 に射影し、射影した平面上での運動量保存を考える。射影した運動量を  $\vec{p}_T$  とする とき、この射影した消失運動量を  $missingE_T$  と呼ぶ。

$$missing E_T = -|\Sigma_i \vec{p}_{Ti}| \tag{1.2}$$

LSP は  $missingE_T$  の原因になる。他に  $missingE_T$  をつくる粒子として、ニュートリノがある。図 1.6 と図 1.7 に、event display とそのときの  $missingE_T$  を示す。



図 1.5: R パリティを保存しながら崩壊し、最終的に最も軽く安定な超対称性粒子で ある  $\tilde{\chi_1^0}$  ができる

### 1.4 解析の概要

本研究では、LHC で生成された  $\tilde{g}$ が、第三世代超対称性粒子である  $\tilde{t}_1$  と、t クォークに崩壊し、 $\tilde{t}_1$  は b クォークと  $\tilde{\chi}_1^\pm$  へと崩壊する過程を解析する。このときのt クォークは b クォークと W ボソンに崩壊し、さらに W ボソンは ud あるいは cs クォーク 対へ崩壊するものを解析する。

崩壊過程で生成されたクォークは、色荷が無色になる様に真空中からクォークを 連続的に対生成し、ハドロンの集団が同じ方向へ飛ぶ構造を作る。この構造は jet と 呼ばれる。b クォークからなる jet(b-jet) と、軽いクォーク (u,d,s クォーク) や gluon からなる jet(l-jet) がある。

目的の崩壊  $\tilde{g} \rightarrow t\tilde{t}_1 \rightarrow bbjj \tilde{\chi}_1^{\pm}$ (ここで j は l-jet を示す)の終状態の内、もし4つの jet と  $\tilde{\chi}_1^{\pm}$  で不変質量を作ることができればピークを作るが、本解析では  $\tilde{\chi}_1^{\pm}$  を使わず 4つの jet だけで不変質量  $(m_{bbjj})$  を作る。このため  $\tilde{\chi}_1^{\pm}$  が持つ運動量の不定性によっ て、不変質量分布は edge 状に分布する。edge の位置は  $\tilde{t}_1, \tilde{\chi}_1^{\pm}, \tilde{g}$  等の質量によって決 まる。

この edge の探索により、着目する崩壊過程の探索を行う事が出来、理論が予言す る崩壊過程が有るかどうか確認できる。さらに統計が増えればモデル内の、パラメー タの絞り込みを行う事も出来る。



図 1.6: ATLAS 検出器のビーム軸方向から見た event display。6 本の jet、 74 GeV,84 GeV の  $p_T$ を持つミューオン (図 1.7 で左方向ヘトラックがある。図 1.6 では検出器の一部を取り除いて表示しているため見えない) この event での missing  $E_T$ は 283 GeV である。



図 1.7: 図 1.6 と同じ event を検出器の横から見た図。左方向へのミューオンのトラックが見える

この崩壊過程は b-jet を含む。真の b-jet を b-jet と同定できる確率を、b-tag efficiency と呼び、解析の結果は b-tag efficiency に依存する [2]。また edge の位置や高 さは mSUGRA のパラメータにも依存する。そこで本研究では、edge の探索感度が b-tag efficiency や mSUGRA のパラメータにどう依存しているのかを、シミュレー ションによって調べた。

## 第2章 LHCとATLAS

## 2.1 LHC

LHC(Large Hadron Collider)は、CERN(欧州合同原子核共同研究機構)にある大型 陽子陽子衝突型加速器である。LHC の全体図を示す。LHC のトンネルは地下 100 m にあり、円と直線を組み合わせた形で、直径9 kmの円形に近い形をしている。ハド ロンコライダーであるためレプトンコライダーと比較してシンクロトロン放射によ るエネルギー損失が少なく、重心系衝突エネルギーは7 TeV + 7 TeV 衝突で 14 TeV まで出せる。

LHC には 4 つの検出器が設置されており、そのうちの1つが次に述べる汎用検出器の ATLAS 検出器である。

表 2.1 に LHC の主なパラメーターを示す。

パラメーター	值
主リング周長	26.66km
重心系エネルギー (陽子+陽子)	7.0 TeV + 7.0 TeV
luminosity	$10^{34} cm^{-2} sec^{-1}$
衝突頻度	$40.08 \mathrm{MHz}$
バンチ間隔	24.95nsec
1 バンチあたりの陽子数	1011 個
バンチの長さ	$75\mathrm{mm}$
バンチ数	2835 個
バンチ衝突当たりの陽子衝突	23 🛛
衝突点のビーム半径	$16 \mu { m m}$
衝突角度	$200\mu$ rad

表 2.1: LHC の主なデザインパラメーター

## 2.2 ATLAS

図 2.1 に ATLAS 検出器の全体図を示す。



図 2.1: ATLAS 検出器全体図。内側から順に内部飛跡検出器 (黄色)、カロリメータ (緑色、赤色)、ミューオン検出器 (青色)。高さ 43m、直径 22m 程度の円筒形をして いる

ATLAS 検出器は内側から順に内部飛跡検出器 (Inner detector)、カロリメータ、 ミューオン検出器で構成され、荷電粒子の運動量測定用のマグネット・システムが 設置されている。

#### 2.2.1 内部飛跡検出器

図 2.2 に内部飛跡検出器の全体図を示す。

内部飛跡検出器はビームの衝突点に最も近い場所に設置され、2Tの磁場をつくる 超伝導ソレノイドの内部に位置する。内部飛跡検出器は内部から順に、ピクセル検 出器 (Pixel)、半導体飛跡検出器 (SCT)、遷移輻射飛跡検出器 (TRT) の3つで構成 されている。

内部飛跡検出器の主な役割は、荷電粒子の飛跡の再構成を行うことである。内部 飛跡検出器は磁場中に設置されているので、再構成されたトラックの曲率から粒子 の運動量や電荷の符号を知ることが出来る。

Pixel

図 2.3 に示す Pixel 検出器は、ビーム軸から 4.6~24cm 程度の最内層にある半導体 検出器で、高い空間分解能を持つ。一つ一つのピクセルは 50µm × 400µm のシリコ ン検出器である。



図 2.2: 内部飛跡検出器全体図。内部から順に、Pixel、SCT、TRT。内部検出器全体で、直径 2.3m、高さ 5.6mの円筒形をしている



図 2.3: Pixel 検出器

SCT

SCT(SemiConductor tracker) はビーム軸から 26~55cm 程度の Pixel に次いで内 側にある。SCT もビーム軸を回転軸とする円筒座標系で r- $\phi$ 方向に 30 $\mu$ m 程度の高 い空間分解能を持つ。SCT のモジュールの全体図を図 2.4 に示す。768 本のストリッ プが  $80\mu$ m 間隔で走っているシリコンの 2 枚のウエハを、互いに 40mrad 傾けて貼 り合わせてモジュールができている。両面のヒットしたストリップの情報から荷電 粒子の通過した位置を求める。



図 2.4: SCT バレルモジュール。各モジュールは片面に 6 個のチップ、768 本のスト リップがあり、両面に張り合わされている。モジュールのストリップ方向の大きさは 128mm である

図 2.5 に示す様にバレル部には、この SCT のモジュールを円筒にそって鱗状に張り合わせた層が4層ある。

図 2.6 にエンドキャップ部のモジュールを示す。大中小三種類のモジュールが有り、 図 2.7 の様にビーム軸の周りを取り囲む形でリング状に設置されている。

#### $\mathbf{TRT}$

TRT(Transition Radiation Tracker) の全体図を図 2.8 に示す。 TRT はビーム軸か ら 55~108cm 程度で、SCT の外側にある。直径 4mm のストローチューブ検出器を 約 73 層積層してある。ストローチューブの中には、*Xe* 70%, *CO*<sub>2</sub> 27%, *O*<sub>2</sub> 3%の混 合ガスが入っ ている。この組成は X 線の吸収に優れており、安定である。ストロー



図 2.5: SCT バレル全体図。バレル4層に計 2112個の SCT モジュールがついている。



図 2.6: SCT エンドキャップモジュール。Outer(左)、Middle(中)、Inner(右)の三種 類ある



図 2.7: SCT エンドキャップ全体図。リング状にモジュールは配置される

チューブの隙間には、ポリプロピレンの繊維が詰められている。 荷電粒子が通過す る際の遷移輻射で放出される X 線から荷電粒子の通過位置を読み取る。

空間分解能は 130µm でピクセル検出器や SCT よりも悪いが、TRT は層が多い ため連続的な飛跡検出ができ、トラックの再構成をすることができる。

#### 2.2.2 カロリメータ

図 2.9 に、ATLAS のカロリメータの構造を示す。カロリメータの主な役割は、電 子や  $\gamma$  線、jet(クォークやグルーオンが飛んだ方向に現れるハドロンの集団) などの エネルギーと角度の測定である。ATLAS 実験に使用されるカロリメータは、 EM カ ロリメータとハドロンカロリメータの 2 つのカテゴリーに分けられる。以下に各カ ロリメータについて説明する。

#### EM カロリメータ

図 2.10 に示す ATLAS の EM カロリメータは、鉛の吸収体と、放射線耐性に優れた液体アルゴンから成り、不感層がない構造になっている。セントラル・ソレノイド・マグネットの内側に設置されバレル/エンドキャップ領域をカバーし、電子と光



🛛 2.8: TRT



図 2.9: カロリメータ全体図。内側に EM カロリメータ、外側にハドロンバレルカロ リメータ、ハドロンエンドキャップカロリメータ、フォワードカロリメータがある。 子の測定に用いられる。電磁シャワーのエネルギーを 全て吸収するために十分な放 射長程度の物質量をもつ。

Electron のエネルギー分解能は、electron のエネルギーを E(GeV) として、

$$\frac{\delta\sigma_E}{E} = \frac{10.1 \pm 0.4\%}{\sqrt{E}} + 0.2 \pm 0.1\% \tag{2.1}$$

で表される。第1項は electron の数 N をエネルギー E に換算するときの統計的な 揺らぎによるサンプリング項、第2項は calibration 精度や温度の揺らぎによる定数 項である。例えば、E = 100 GeV の時には約 1% の分解能で測定可能である。



図 2.10: EM カロリメータ

#### ハドロンカロリメータ

ハドロンカロリメータの構造を図 2.11 に示す。バレル部は鉄の吸収体と図 2.12 で 示すタイル状のシンチレータからなるタイルカロリメータが用いられる。放射線強 度がより高いエンドキャップ部は、銅の吸収体と液体アルゴンからなるカロリメータ が用いられる。更に放射線強度の高いフォワード部は、銅とタングステンの吸収体 と液体アルゴンからなるカロリメータが用いられる。

物質量は衝突長 (ハドロンが原子核との非弾性散乱をするまでの平均自由行程)を  $\lambda$  として、バレル部で 11 $\lambda$ 、エンドキャップ部で 14 $\lambda$  程度となっている。jet のエネ ルギー分解能はエネルギー E(GeV) の jet に対して、バレル部で、

$$\frac{\delta \sigma_E}{E} = \frac{56.4 \pm 0.4\%}{\sqrt{E}} \oplus (5.5 \pm 0.1)\%$$
(2.2)

$$\frac{\delta\sigma_E}{E} = \frac{70.6 \pm 1.5\%}{\sqrt{E}} \oplus (5.8 \pm 0.2)\%$$
(2.3)

となっている。

ハドロンカロリメータは EM カロリメータの外側に設置され、jet のエネルギー測 定などを行う。

![](_page_27_Figure_4.jpeg)

図 2.11: ハドロンカロリメータ

### 2.2.3 マグネットシステム

ATLAS には内部飛跡検出器と電磁カロリメータの間にソレノイドマグネット、カロリメータの外側にトロイダルマグネットがそれぞれ設置してある。これらの磁石は全て超伝導磁石である。図 2.13 にマグネットシステムの全体図を示す。

![](_page_28_Picture_0.jpeg)

図 2.12: 人が持っているのはハドロンカロリメータ用シンチレーター

![](_page_28_Picture_2.jpeg)

図 2.13: マグネットシステムの全体像。中央のソレノイドマグネットがあり、カロリ メータの外側にはトロイダルマグネットがある。 ソレノイドマグネットは内部検出器のある場所に 2T のソレノイド磁場を作る。外 側のトロイダルマグネットは 8 つの空芯コイルが 8 回対称になるように設置されて おり、大きさは外径 20m、全長 26m である。

### 2.2.4 ミューオン検出器

図 2.14 に示す様に、一番外側にミューオン検出器が設置されている。ミューオン検 出器は、運動量測定用の MDT(Muon Drift Tube)、 CSC(Cathorde Strip Chamber) と、トリガー用の RPC(Resistive Plate Chamber)、TGC(Thin Gap Chamber) の4 種類の検出器で構成される。MDT はバレル部とエンドキャップ部の両方に設置され、 CSC はフォワード部の内側に設置される。また、RPC はバレル部を、TGC はエン ドキャップ部をカバーしている。

![](_page_29_Figure_3.jpeg)

図 2.14: ミューオン検出器の全体像。MDT,CSC,RPC,TGC の4種類の検出器で構成 されている

## 第3章 第三世代超対称性粒子を含む崩 壊過程の解析

## 3.1 解析に使用したデータ

本研究で使われたデータは、まず herwig[8] というイベントジェネレーターで陽子 陽子衝突で生成される粒子の4元運動量をシミュレートした後、検出器シミュレー ションを行うことによって作成される。

ATLAS 実験で使われている検出器シミュレーションの方法は大別して2種類ある。 1つ目は Geant4[7] を用いた検出器シミュレーションで、full simulation と呼ばれる。 2 つ目は full simulation の結果に近くなる様に物理量を smearing する方法で、fast simulation と呼ばれる。fast simulation はシミュレーション精度の面では full simulation に劣るが、短時間で大量のイベントを生成することが出来る。 fast simulation と full simulation の詳細は付録にある。

Section 3.1 から 3.3 の解析に使われたデータは、fast simulation を用いて作成した。 Section 3.3 で、fast simulation の結果とfull simulation の結果を比較し誤差の範囲で 同様の結果が出る事を確認し、fast simulation での解析が信用できる事を述べる。

#### 3.1.1 mSUGRA モデルのデータ

Isawig[5] というソフトウエアを使うと超対称性理論のモデル、パラメータ、トップ クォークの質量を指定して超対称性粒子の質量や分岐比を計算することができる。

この節で使用したシミュレーションデータは表 3.1 に示したパラメータの組み合わ せにより生成された。このパラメータの組み合わせを以下 SU4 と呼ぶ。表 3.1 にも あるように、SU4 での超対称性事象の生成断面積 は 262 pb であった。Section 3.1 か ら 3.2 では、 $1fb^{-1}$  に相当するシミュレーションデータを使用した。

$m_0$	$m_{1/2}$	А	$tan\beta$	$sign(\mu)$	top quark mass	cross section
200GeV	$160 \mathrm{GeV}$	-400GeV	10	+	$175 \mathrm{GeV}$	262 pb

表 3.1: SU4 の mSUGRA のパラメータ

#### 3.1.2 標準理論の事象 (tī 対生成) によるバックグラウンドのデータ

陽子陽子衝突で標準理論の粒子が生成され、超対称性理論の粒子が関与しない事 象が有る。そのような事象の中には、超対称性シグナルを取り出すための解析のカッ トを通過してしまうものがある。それはニュートリノが大きな*missingE<sub>T</sub>*を持った 場合である。本解析では b-jet を含む崩壊の解析をするので、ニュートリノと b-jet を 両方含む崩壊が特に問題である。そのような事象として、*tī* 対生成がある。

 $t\bar{t}$ が対生成した事象を考える。tクォークはほぼ 100%の崩壊確率でWボソンとbクォークになる。この際のbクォークはb-jet になる。Wボソンは 1/3の確率でニュートリノを含むレプトン対へ崩壊する。また、2/3の確率で、二つの軽いクォーク (ud,cs 等) ヘハドロニック崩壊する。ハドロニック崩壊では、2 つの l-jet が生成される。問題となるのは、 $missingE_T$ となるニュートリノを含む、Wボソンのレプトン対への崩壊である。

 $t\bar{t}$  対生成では 2 つの W ボソンができるため、少なくとも 1 つの W ボソンからレ プトンを含む崩壊を含む確率は、図 3.1 から、 $t\bar{t}$  対生成事象の 5/9 になる。 $t\bar{t}$  対生成 の生成断面積は 800pb[1] であるため、このニュートリノを含む崩壊の生成断面積は 444pb である。 $1fb^{-1}$  相当の、ニュートリノを含む崩壊をした  $t\bar{t}$  対生成事象のシミュ レーションデータを使用した。

	$W^+ \rightarrow jj$	$W^+ \\ \rightarrow l\nu$
$W^- \rightarrow jj$	4/9	2/9
$W^{-} \\ \rightarrow l\nu$	2/9	1/9

図 3.1:  $t\bar{t}$  対生成事象における W ボソン対の崩壊。それぞれの W ボソンは 1/3 の確 率でニュートリノを含むレプトン対への崩壊を起こし、2/3 の確率で軽いクォーク対 へ崩壊する。二つの W ボソンが有るときに、少なくとも一つのレプトン対への崩壊 が起きるのは、2/9+2/9+1/9=5/9 の確率である。

tī 事象は、生成の際に MC@NLO[10] というソフトウエアを使い、NLO(Next-to-

Leading Order) まで計算した。MC@NLO は、LO(Leading-Order) ジェネレーターで ある Herwig [8] の上で走り、Herwig により出力された LO の計算結果に NLO の補 正を加えることによって、NLO の結果を再現する事ができる。

#### 3.1.3 GMSB モデルのデータ

mSUGRAの結果との比較のためGMSBのデータを使った。GMSBのパラメータは表 3.2 を使った。 $1fb^{-1}$ に相当するシミュレーションデータを使用した。

表 3.2: GMSB のパラメータ

Λ	М	N	$C_{grav}$	$tan\beta$	$sign(\mu)$	top quarq mass	cross section
40TeV	$250 \mathrm{TeV}$	3	1	30	+	$175 \mathrm{GeV}$	3.9 pb

#### 3.2 解析

#### 3.2.1 注目する崩壊過程と不変質量分布

本研究で解析する崩壊過程について説明する。本研究は、論文 [11],[12] を参考に した。本研究では、LHC で生成された  $\tilde{g}$  が、第三世代超対称性粒子である  $\tilde{t}_1$  と、tクォークに崩壊し、 $\tilde{t}_1$  はb クォークと  $\tilde{\chi}_1^{\pm}$  へと崩壊する過程を解析する。このときの t クォークはb クォークと W ボソンに崩壊し、さらに W ボソンは ud か cs クォーク 対へ崩壊するものを解析する。

この崩壊でできる 2 つの b-jet と、2 つの l-jet の合計 4 本の jet から不変質量分布を 作ると、第三世代超対称性粒子等の質量に対応した edge が出来る。edge の位置は式 (3.1) で表される。左辺  $M_{tb}$  が edge の最大値となる。

$$M_{tb}^{2} = m_{t}^{2} + \frac{m_{\tilde{t}_{1}}^{2} - m_{\tilde{\chi}_{1}}^{2}}{2m_{\tilde{t}_{1}}^{2}} \{ (m_{\tilde{g}}^{2} - m_{\tilde{t}_{1}}^{2} - m_{t}^{2}) + \sqrt{(m_{\tilde{g}}^{2} - (m_{\tilde{t}_{1}} - m_{t})^{2})(m_{\tilde{g}}^{2} - (m_{\tilde{t}_{1}} + m_{t})^{2})} \}$$
(3.1)

mSUGRA では $\tilde{t}_1$ の質量が軽くなり、 $\tilde{g} \rightarrow t\tilde{t}_1$ という崩壊が可能になるパラメーター 領域が有る。そのため、この $\tilde{g}$ からの崩壊で出来る edge 状不変質量分布はmSUGRA に特有であり、edge の観測がmSUGRA の実験的検証になる。また、式 (3.1) の右辺 は $\tilde{t}_1, \tilde{g}, \chi_1^{\pm}$ の質量の関数になっている。別の実験から $\tilde{g}, \chi_1^{\pm}$ の質量がわかれば第三世 代超対称性粒子である $\tilde{t}_1$ の質量がわかる。

Isawig[5] によると、SU4 で  $\tilde{g} \rightarrow t \tilde{t}_1$ は 50%程度の分岐比であり、  $\tilde{t}_1 \rightarrow b \chi_1^{\pm}$ は 100% 程度の分岐比である。結局  $\tilde{g} \rightarrow t \tilde{t}_1 \rightarrow tb \chi_1^{\pm}$ は 50% 程度の大きな分岐比があり、実験初期の探索に有利である点も重要である。

3.2.2 カット

超対称性シグナルを取り出すためのカット

以下では超対称性のシグナルと、標準理論の粒子の生成されるバックグラウンド の分布を示し、シグナルを選ぶ為のカットについて述べる。

• イベント内の jet のうち、最も  $p_T$  の大きい jet の  $p_T > 100$  GeV。超対称性事象 では図 3.2 のように  $p_T$  の大きい jet が生成されやすい。

![](_page_33_Figure_6.jpeg)

図 3.2: イベント内の jet のうち、最も  $p_T$  の大きい jet の  $p_T$ (GeV)。黒色線:SU4, 赤色 破線:ニュートリノを含む  $t\bar{t}$ 事象, 青色点線:GMSB

- *missingE<sub>T</sub>* > 150 GeV。Section 1.3.2 で述べた通り、超対称性事象は図 3.3 の 様に大きな *missingE<sub>T</sub>* を持つ傾向が有る。
- Effective mass > 400 GeV

![](_page_34_Figure_0.jpeg)

図 3.3: missing*E<sub>T</sub>*(GeV)。黒色線:SU4,赤色破線:ニュートリノを含む*tī* 事象,青色点線:GMSB

次の式で Effective mass( $M_{eff}$ ) 分布 (図 3.4) を定義し、カットに使う。この値 は、 $missingE_T$  と jet の  $p_T$  のスカラー和になっている。超対称性事象は大き な  $missingE_T$  を持ち、重い粒子が生成されるため大きな  $p_T$  の jet を持つとい う特徴があるので、大きな Effective mass を持つ傾向が有り、標準理論の粒子 によるバックグラウンドとの区別に使える。

$$M_{eff} = missing \ E_T + \Sigma |jet \ p_T| \tag{3.2}$$

*missingE<sub>T</sub>*/M<sub>eff</sub> > 0.2(図 3.5)。超対称性事象は大きな *missingE<sub>T</sub>* を持つため、Effective mass に対する *missingE<sub>T</sub>* の割合も標準理論の粒子によるバックグラウンドの区別に使える。

 $\operatorname{jet}\nolimits \mathfrak{O} \operatorname{selection}$ 

jet は  $|\eta|$  が 2.5 より小さい物を使った。ただし  $\eta$  は  $\theta$  をビーム軸とジェットのなす 角度とすると  $\eta \equiv \ln \tan(\theta/2)$  で定義される。jet はその  $p_T$  が 20 GeV より大きいもの だけを使った。b-jet は  $t\bar{t}$ 事象中の b-jet に対する b-tag efficiency が 60%になるカッ トを用いて同定した。

![](_page_35_Figure_0.jpeg)

図 3.4: Effective mass(GeV)。黒色線:SU4,赤色破線:ニュートリノを含む tī 事象,青 色点線:GMSB

![](_page_35_Figure_2.jpeg)

図 3.5: *missingE<sub>T</sub>*(GeV)/Effective Mass(GeV)。黒色線:SU4, 赤色破線:ニュートリ ノを含む tī 事象, 青色点線:GMSB

同定された b-jet のうち  $p_T$  が 30 GeV より大きいものがちょうど 2 つあることを要請した。この 2 つの b-jet は、 $\tilde{g} \rightarrow t \tilde{t}_1 \rightarrow bbjj \tilde{\chi}_1^{\pm}$ という崩壊で出る 2 つの b-jet であると考える。

探索する信号では、Wボソンが2つの1-jet に崩壊しているので、1-jet が少なくと も2つあることを要請した。Rパリティ保存のため、崩壊過程の始めにある ĝの他 に、もう一つ超対称性粒子が生成されているはずである。もう一つの超対称性粒子 の崩壊は少なくとも1つのjet を含むので、jet の本数は少なくとも5つであることを 要求した。

### 3.2.3 イベントジェネレーターで作られた粒子の4元運動量や質量

検出器シミュレーションをする前の、イベントジェネレーターで作られた粒子の4 元運動量や質量の情報 (Truth 情報) によって得られる情報について書く。

パラメータに SU4 を指定したときの超対称性粒子の質量を図 3.6 に示す。典型的 な超対称性理論のスケールとして議論される TeV スケールに比べて、*m*<sub>0</sub>, *m*<sub>1/2</sub> が小 さく、全体的に質量が軽い傾向がある。

![](_page_36_Figure_5.jpeg)

図 3.6: パラメータに SU4 を指定したときの超対称性粒子の質量。  $\tilde{t}_1$  の質量 (約 200 GeV) は、 $\tilde{q}_L(\tilde{u}_L, \tilde{d}_L, \tilde{c}_L, \tilde{s}_L$  の平均、約 400 GeV) に比べて軽い。 $\tilde{g}, \tilde{t}_1, \tilde{\chi}_1^{\pm}$  それぞ れの質量は 410.2 GeV, 199.5 GeV, 112.7 GeV

イベントジェネレーターで作られた粒子の4元運動量を用いたシグナルの分布

カットを掛けたあと、シグナルとなるt,bクォークから作られる不変質量分布は図3.7の黒色線の様に、300 GeV付近に edge を作る。tクォーク、bクォークは $\tilde{g}, \tilde{t}_1, t$ クォークから崩壊したあと、gluon を放出しながらエネルギーを落とす (gluon radiation)。 図3.7の黒色線の分布を作る為に使用した4元運動量は、gluon radiation する前の4元運動量である。Isawig に SU4 のパラメータを input すると、 $\tilde{g}, \tilde{t}_1, \tilde{\chi}_1^{\pm}$  それぞれの質量が 410.2 GeV, 199.5 GeV, 112.7 GeV だと分かる。この値を式 (3.1) に代入すると、得られる edge 位置は 295.4 GeV であり、図3.7の黒色線の edge 位置と良く一致する。

実データで得る不変質量分布は、*t,b* クォークが gluon radiation したあと生成される jet の 4 元運動量を使った不変質量分布である。参考のため、jet のエネルギーが クォークのエネルギーに一致するような完璧なエネルギー較正で得られる分布を確認するために、gluon radiation をした *t,b* クォークの 4 元運動量で不変質量分布を計算した結果を図 3.7 に赤色破線で示す。gluon radiation でエネルギーを失うため、図 3.7 の黒色線に比べて edge 位置の事象の幾つかが左に移動し、edge がなまっている ことがわかる。

![](_page_37_Figure_3.jpeg)

図 3.7: Truth 情報から作ったシグナルの不変質量分布 (GeV) (黒色線:gluon radiation する前のクォークの4元運動量を使用した場合、赤色破線:gluon radiation した後の クォークの4元運動量を使用した場合)。

Acceptance

SU4 は陽子陽子衝突による生成断面積が 262*pb* なので、1*fb*<sup>-1</sup> は 2.62 × 10<sup>5</sup> 事象に 対応する。このうち、 $\tilde{g} \rightarrow t \tilde{t}_1 \rightarrow t \tilde{\chi}_1^{\pm} b \rightarrow bbjj \tilde{\chi}_1^{\pm}$  崩壊は 57216 個有った。そのうち全 てのカットを通過したのは、1362 事象だった。よって Acceptance は 2.38% である。

#### 3.2.4 シグナルの再構成

2つの l-jet から作られる不変質量分布

シグナルを再構成する為に、まず2つの $\mathrm{l} ext{-jet}$ による不変質量 $m_{jj}$ を作る。

事象内の全ての l-jet から 2 つを取り出す全ての組み合わせによる不変質量分布を 図 3.8 に示す。W の質量を  $m_W$  として、 $|m_{jj} - m_W| < 15$  GeV の領域を C と呼ぶ。  $m_{jj}$  分布の  $|m_{jj} - (m_W + 30 \text{ GeV})| < 15$  GeV、 $|m_{jj} - (m_W - 30 \text{ GeV})| < 15$  GeV の領域をそれぞれ、R,L と呼ぶ。

![](_page_38_Figure_6.jpeg)

図 3.8: SU4 での  $m_{jj}$  分布 (GeV)

図 3.8 は事象内のすべての jet の組み合わせて作られているので、Cの大部分はW によるものではなく、コンビネーションを間違えた jet の組み合わせによる寄与であ る。この寄与は、後で述べるW sidebands method を使い差し引く。 2つの l-jet と2つの b-jet から作られる不変質量

各事象毎に、領域 C 内のすべての l-jet の組を取り出し、足し合わせた 4 元運動量 と、b-jet から不変質量  $m_{bjj}$  の分布をつくる。この  $m_{bjj}$  を作る全ての jet の組み合わ せの中から、t クォークの質量  $m_t$  と  $m_{bjj}$  の差  $|m_t - m_{bjj}|$  を最小化する組み合わせ を探す。

最も  $|m_t - m_{bjj}|$  が小さい組み合わせで使われた 2 つの l-jet から作られる  $m_{jj}$  を  $m_W$  と等しくなる様にそれぞれの l-jet の 4 元運動量を定数倍する。定数倍した後の 4 元運動量で  $m_{bjj}$  を作り直し、  $|m_t - m_{bjj}| < 30$  GeV となる組み合わせのみを tクォークからの崩壊による候補とする。t クォークからの崩壊による候補と、もう一 つの b-jet を使い、不変質量  $m_{bbjj}$  の分布を図 3.9 に示す。

![](_page_39_Figure_3.jpeg)

図 3.9: *m<sub>bbjj</sub>* 分布 (GeV)。黒色線:SU4,赤色破線:ニュートリノを含む tī 事象,青色点線:GMSB。GMSB はほぼすべてカットで落とされている。

#### 3.2.5 W sidebands method

 $m_{bbjj}$ を作る際の、図 3.8 の  $m_{jj}$  の C の領域の大部分は、コンビネーションを間違え た jet の組み合わせによる寄与である。この寄与を差し引くのが W sidebands method の目的である。

 $m_{jj}$ の R,L それぞれの領域にある  $m_{jj}$ 分布を C の範囲にくるように平行移動する 様に l-jet の 4 元運動量を定数倍し、前節で述べた C の領域での解析と同様の方法で  $m_{bbjj}$ 分布を作る。C から作った  $m_{bbjj}$ 分布から、図 3.10 に示す R と L で作った  $m_{bbjj}$  分布の平均を差し引くことによって、 $m_{jj}$ 分布の C の領域のコンビネーションを間 違えた jet の組み合わせによる寄与を差し引く。式 (3.3) は分布同士の計算である。

$$m_{bbjj}(C) - (m_{bbjj}(R) + m_{bbjj}(L))/2$$
 (3.3)

![](_page_40_Figure_2.jpeg)

図 3.10: SU4 の *m<sub>bbjj</sub>* 分布 (GeV)。黒色:(C), 赤色丸マーカー:((R+L)/2)

この方法でSU4、GMSB、 $t\bar{t}$ はそれぞれ図3.11に示す分布になった。SU4が300 GeV 付近で edge を作っている。GMSB はカットでほとんど落とされている。 $t\bar{t}$ 事象は、 W side bands を考慮しても完全にフラットにはならなかった。

この edge 状の分布を、次の関数で fitting する。この関数の  $M^{max}$  が式 (3.1) の  $M_{tb}$  に対応する。ただし、gluon radiation により  $M^{max}$  は真の  $M_{tb}$  より小さくなる

$$f(M) = A \int_{-1}^{1} e^{(M - M^{max}\sqrt{\frac{1+x}{2}})^2/2\sigma^2} dx + a + bM$$
(3.4)

この関数のa + bM項で $t\bar{t}$ 事象からの寄与を近似する

実データを解析する際には、超対称性によるシグナル (SU4 または GMSB) と、 $t\bar{t}$  によるバックグラウンドの両方のヒストグラムを足し合わせたものが得られる。そ

![](_page_41_Figure_0.jpeg)

図 3.11: W side bands method を用いてバックグラウンドを差し引いた後の m<sub>bbjj</sub> 分 布 (GeV)。黒色線:SU4,赤色丸:ニュートリノを含む tī 事象,青色四角:GMSB

こで、SU4のC,R,Lによる $m_{bbjj}$ 分布と、 $t\bar{t}$ のC,R,Lによる $m_{bbjj}$ 分布を足し合わせた後、式 (3.3)の計算を行う。すると、図 3.12の分布が得られる。GMSBの場合は図 3.13の分布が得られる。

図 3.12、図 3.13 に示した分布を式 (3.4) で fitting する。図 3.12 では edge 位置を示 す  $M^{max}$  が 275.5 ± 4.2 GeV だった。図 3.13 では 442.3 ± 61.4 GeV だった。Fit によ る edge が見えているか、見えていないかの議論は、Section 3.2.6 で行う。

#### 3.2.6 Edge 発見の基準

この Section では edge の存在を判断する為の基準について議論する。そのために  $t\bar{t}$  対生成のデータを使い、偶然に edge が出来てしまう可能性と SU4 と  $t\bar{t}$  対生成の データの和 (SU4+ $t\bar{t}$ )を用いて、edge を同定できる確率を調べた。

図 3.11 で示されている様に、GMSB はカットによって 10 事象程度しか残らないの で、ここでは考慮しない。

まず、それぞれのデータセットのC,R,L領域の $m_{bbjj}$ 分布を再現するようにtoy MCによりヒストグラムを1000個生成して、それぞれのヒストグラムに対してfitを行った。乱数を降る際の確率分布関数は、ガウス分布を仮定した。

edge 発見の基準を決める為の変数の候補として、以下を考える。

![](_page_42_Figure_0.jpeg)

図 3.12: SU4 と  $t\bar{t}$  による、W side bands method を用いてバックグラウンドを差 し引いた後の  $m_{bbjj}$  分布を fitting したもの (GeV)。edge 位置に対応する  $M^{max}$  は 275.5 ± 4.2 GeV

![](_page_43_Figure_0.jpeg)

図 3.13: GMSB と  $t\bar{t}$  による、W side bands method を用いてバックグラウンドを 差し引いた後の  $m_{bbjj}$  分布を fitting したもの (GeV)。edge 位置に対応する  $M^{max}$  は 442.3 ± 61.4 GeV

•  $\chi^2/ndf$ 

関数でのfit がうまく行っている事を要求する。 $t\bar{t}$ 事象での toy MC での  $\chi^2/ndf$  を図 3.14 に示す。  $\chi^2/ndf$  は 5 程度まで広がっている。

![](_page_44_Figure_2.jpeg)

図 3.14:  $t\bar{t}$  による  $\chi^2/ndf$  の分布。

•  $\delta M^{max}/M^{max}$ 

edge の位置に対応する  $M^{max}$  が、小さな誤差で取り出せている事を要求する。  $t\bar{t}$ 事象での toy MC での  $\delta M^{max}/M^{max}$  を図 3.15 に示す。  $t\bar{t}$ 事象では 20%程度 まで広がっている。

● edgeの高さ

edge の高さは、fitting 関数の式 (3.4) のうち、a + bM の項を除いた最大値で定 義する。 $t\bar{t}$  対生成のデータを用いて、toy MC から得られた edge の高さの分布 を図 3.16 に示す。

上の3変数を使い、edge 同定の基準は、

- $\chi^2/ndf < 5$
- $\delta M^{max}/M^{max} < 3\%$
- edge の高さ > 50(ただし、この基準は $1fb^{-1}$ のデータに対する物なので、統計 量に応じて edge の高さに対するしきい値は調節する必要がある。)

![](_page_45_Figure_0.jpeg)

図 3.15:  $t\bar{t}$  による  $\delta M^{max}/M^{max}$ の分布。

![](_page_45_Figure_2.jpeg)

図 3.16: tt による edge の高さの分布。

と決定した。

この基準を適用すると、 $t\bar{t}$ のみのデータを用いた場合では 1000 回の toy MC で 1 回が条件を満たした。SU4 と $t\bar{t}$ によるデータを用いた場合では 1000 回のうち 939 回 この条件を満たした。

## 3.3 full simulationとfast simulationの違い

Section 3.2 では、fast simulation で生成されたデータを解析した。この節では、full simulation と fast simulation のデータによる結果の違いを評価する。

full simulation でも fast simulation 同様 SU4 のパラメータセットを用いた。

full simulation のデータは 168900 事象分しか持っていない。fast simulation のデー タも同じ事象数を使い比較した。これは 645  $pb^{-1}$  に相当する。統計量が少なくても edge を比較しやすいように、 $t\bar{t}$  対生成事象のバックグラウンドを足さないデータを 用いて比較した。

3.3.1 jet  $p_T \ge \eta$ 分布の比較

jet の  $p_T$  分布を図 3.17 に示す。full simulation と fast simulation でほぼ一致しているが、図 3.18 に示す様にそれらの比は傾きをつ。この違いは、エネルギーの較正のズレによる。

![](_page_46_Figure_8.jpeg)

図 3.17: full simulation(黒色線) と Fast simulation(赤色破線)の jet の  $p_T$  分布 (GeV)。

![](_page_47_Figure_0.jpeg)

図 3.18: full simulation と Fast simulation  $\mathcal{O}$  jet  $\mathcal{O} p_T$ 分布 (GeV) の差を full simulation の分布で割ったもの。

jet の  $|\eta|$  分布を図 3.19 に示す。full simualtion と fast simulation で良く一致して いるが、部分的に違いがある。図 3.20 に示すこの違いは、full simulation では検出 器内の正確な構造を考慮しているのに対して、fast simulation は考慮していない事 が原因である。例えば図 3.21 で示すように、検出器のケーブル等を通すために、full simulation で部分的に jet の検出効率が下がっている領域がある。この領域はクラッ ク領域と呼ばれる。

## 3.3.2 W side bands method を用いてバックグラウンドを差し引 いた後の m<sub>bbjj</sub> 分布の比較

W sidebands method でバックグラウンドを引いた  $m_{bbjj}$  分布を示す。full simulation による分布は図 3.22 の様になり、 $M^{max} = 284.8 \pm 8.3$  GeV だった。fast simulation の場合  $M^{max} = 278.2 \pm 13.2$  GeV だった。誤差の範囲程度で full simulation での結果 と fast simulation の結果が等しいので、fast simulation の edge の位置は信用できる。 この結果をもとに toy MC で edge を発見できる確率を調べた。その結果、645  $pb^{-1}$ 相当の full simulation のデータでは  $33 \pm 1.5\%$ 、fast simulation では  $21 \pm 1.3\%$ で edge だと同定できる事が分かった。次章で説明する edge の探索感度は最大 10%程度低く 見積もっている可能性がある。

![](_page_48_Figure_0.jpeg)

図 3.19: full simulation(黒色線) と Fast simulation(赤色破線)の jet  $\sigma |\eta|$ 分布 (GeV)。

![](_page_48_Figure_2.jpeg)

図 3.20: full simulation と Fast simulation の jet の  $|\eta|$ 分布 (GeV) の差を full simulation の分布で割ったもの。

![](_page_49_Figure_0.jpeg)

図 3.21: カロリメーターには部分的に jet の検出効率が下がる領域があり、クラック 領域と呼ばれる。例えば  $0.7 < \eta < 1.2$ 等。このような効果は fast simulation では正 確には考慮されない

![](_page_49_Figure_2.jpeg)

図 3.22: full simulation による W side bands method を用いてバックグラウンドを差 し引いた後の m<sub>bbjj</sub> 分布

![](_page_50_Figure_0.jpeg)

図 3.23: fast simulation による W side bands method を用いてバックグラウンドを 差し引いた後の  $m_{bbjj}$  分布

## 3.4 この章のまとめ

W sidebands method を用いてバックグラウンドを差し引いた後の $m_{bbjj}$ 分布で edge が見えるための条件を決めた。SU4+ $t\bar{t}$ のデータを使用した時 1000 回中 939 回 edge が見えた。 $t\bar{t}$ のみのときは 1000 回中 1 回だった。

full simulation と fast simulation の違いも評価した。fast simulation の edge 位置は 信頼できる事が分かり、また edge の探索感度については 10%程度の誤差で信頼でき ることがわかった。

## 第4章 Edgeの探索感度

第3章では、t<sup>T</sup>事象中のb-jet に対して、b-tag efficiency が60%となるカットでb-jet 同定を行った。しかし、b-tag efficiency は検出器の一部故障などにより、予想される 性能を発揮できない可能性がある。本研究では b-jet を含む崩壊過程の解析をしてお り、b-tag efficiency が変われば得られる統計量が変わるため、b-tag efficiency の低下 が解析に与える影響を調べた。

第3章では mSUGRA のパラメータとして SU4 を使った。本章では mSUGRA の パラメータに対する edge 探索の依存性を調べるために、SU4 周辺のパラメータに対 して解析を行った。

## 4.1 b-tag efficiency に対する依存性

第3章と同じ SU4+ $t\bar{t}$  対生成のデータを使い、b-tag efficiency が 50%, 40%に低下 した場合それぞれについて調べた。

Isawig[5] から得た超対称性粒子の質量を使って、式 (3.1) から edge 位置を計算した。これを  $M^{max}(calc)$  とする。

b-tag efficiency が変わった際の SU4+ $t\bar{t}$  での、W sidebands method による補正後の  $m_{bbjj}$ 分布を図 4.1 から図 4.3 に示す。Fitting で得られた  $M^{max}$  の b-tag efficiency 依 存性を図 4.4 に示す。 $M^{max}$  は誤差の範囲で安定していることが分かる。また、b-tag efficiency が低下すると、図 4.5 から分かる様に誤差は大きくなる。これは edge を作 るための b-jet の統計量の減少によるものだと考えられる。

#### 4.1.1 toy MC による edge の同定確率

SU4 のデータを使い、第3章と同様、各 b-tag efficiency で 1000 回 toy MC を行い、 edge を同定できる確率を調べた。その結果を表 4.1.1 に纏める。表からわかるよう に、1  $fb^{-1}$ のデータでは、80%以上の確率で edge を同定するには、60%以上の b-tag efficiency が必要である。

![](_page_53_Figure_0.jpeg)

![](_page_53_Figure_1.jpeg)

図 4.1: b-tag efficiency 40%の時の SU4 と ttの、W side bands method を用いてバッ クグラウンドを差し引いた後の m<sub>bbjj</sub> 分布 (GeV)。

図 4.2: b-tag efficiency 50%の時の SU4 と  $t\bar{t}$ の、W side bands method を用いてバッ クグラウンドを差し引いた後の  $m_{bbjj}$  分布 (GeV)。

![](_page_53_Figure_4.jpeg)

図 4.3: b-tag efficiency 60%の時の SU4 と t $\bar{t}$ の、W side bands method を用いてバッ クグラウンドを差し引いた後の  $m_{bbjj}$  分布 (GeV)。

![](_page_54_Figure_0.jpeg)

図 4.4: 黒色丸: $M^{max}$ (GeV) とその誤差。b-tag efficiency が増加するに従い、fitの誤 差も小さくなっている。赤色四角: $M^{max}$ (calc)

![](_page_54_Figure_2.jpeg)

図 4.5:  $\delta M^{max}/M^{max}$ と b-tag efficiency の関係。黒色丸: $\delta M^{max}/M^{max}$ 。 b-tag efficiency が増加するに従い、 $\delta M^{max}/M^{max}$ も小さくなっている。

b-tag efficiency	edge <b>同定確率</b> (%)	$tar{t}$ のみのときの $edge$ 同定確率 (%)
40%	$45.4{\pm}1.57$	0
50%	$57.9 \pm 1.56$	0.1±0.1
60%	$93.9 {\pm} 0.76$	$0.1 {\pm} 0.1$

表 4.1: SU4 で b-tag efficiency を変えたときに toy MC で edge を同定できる確率

## 4.2 mSUGRAのパラメータを変えた際の依存性

本節ではまず mSUGRA のパラメータを変えた際に超対称性粒子の質量がどう変化するか議論する。パラメータを変えると生成断面積も変化するので edge の位置と高さの両方が mSUGRA のパラメータに依存する事になる。そこで、edge 探索感度のパラメータ依存性についても議論する。

### 4.2.1 mSUGRAのパラメータ

この節で使ったシミュレーションデータの mSUGRA のパラメータを表 4.3 に示す。 ただし、全てのポイントにおいて A = -400 GeV,  $\tan\beta = 10$ ,  $\operatorname{sign}(\mu) =+$ , t クォー ク質量 175 GeV を仮定した。

表 4.2: データを作成した際に指定した mSUGRA のパラメータとトップクォーク質 量、及びそのときの陽子陽子衝突による生成断面積。各点は  $A = -400 \text{ GeV}, \tan\beta = 10, sign(\mu) = +, t \,$ クォーク質量 175GeV で固定した

名前	$m_0$	$m_{1/2}$	cross section
SU4	200GeV	$160 \mathrm{GeV}$	262 pb
MI11	100GeV	$160 \mathrm{GeV}$	387 pb
MI15	$100 \mathrm{GeV}$	$170 \mathrm{GeV}$	277 pb
MI16	$100 \mathrm{GeV}$	$180 \mathrm{GeV}$	204 pb
MI17	100GeV	$200 \mathrm{GeV}$	120 pb
MI18	100GeV	$190 \mathrm{GeV}$	154.8 pb
MI19	100GeV	$210 \mathrm{GeV}$	89.65 pb
MI20	100GeV	$220 \mathrm{GeV}$	71.72 pb
MI21	300 GeV	$160 \mathrm{GeV}$	170.5 pb
MI22	$250 \mathrm{GeV}$	$160 \mathrm{GeV}$	217.9 pb

#### 4.2.2 mass spectrum

作成したシミュレーションデータのmSUGRAのパラメータのうち、A,  $tan\beta$ ,  $sign(\mu)$ の3つのパラメータを固定して、 $m_0 \ge m_{1/2}$ を変化させた。

 $m_0$ の増加に伴い sfermion は質量が増加する傾向が有る。このため $m_0$ の増加に伴い生成断面積が減少している。 $\tilde{g}, \tilde{\chi}_1^{\pm}, \tilde{\chi}_1^0$ の質量はあまり変化しない。 $m_0$ が 300GeV程度の MI21 のデータでは、図 4.6 から分かる様に  $\tilde{g}$  質量が t クォーク質量と  $\tilde{t}_1$  質量の合計より小さい為  $\tilde{g} \rightarrow t$   $\tilde{t}_1$ の崩壊が禁止される。一方  $m_{1/2}$ では、図 4.7 から分かる様に、 $m_{1/2}$ の増加に伴い、sfermion、 $\tilde{g}$ 両方とも質量増加する傾向が有る。このため $m_{1/2}$ の増加に伴い生成断面積が減少する。

*m*<sub>0</sub>,*m*<sub>1/2</sub> どちらも粒子質量の増加による生成断面積の減少という点は同じだが、各 粒子の質量の増加の傾向が違うため、edge に違った影響の及ぼしかたをする。

![](_page_56_Figure_4.jpeg)

図 4.6: MI11 と MI21 の Mass Spectrum。 $m_0$  が 300 GeV より大きいと  $\tilde{g}$  質量が t クォーク質量と  $\tilde{t}_1$  質量の合計より小さい為  $\tilde{g} \rightarrow t \tilde{t}_1$  崩壊が禁止される。

## 4.2.3 fitting により得られる edge 位置 M<sup>max</sup> と、Truth 情報から得 られる edge 位置との間の Linearity

mSUGRA のパラメータを変えた際の  $M^{max}$  の変化を調べた。シグナルと共に  $t\bar{t}$  対 生成のバックグラウンドのデータも解析し、合わせたヒストグラムを fit して  $M^{max}$ の値を求めた。

![](_page_57_Figure_0.jpeg)

図 4.7: MI11と MI20の Mass Spectrum

表 4.2.1 の MI21 以外のデータ (MI21 は  $\tilde{g} \rightarrow t \tilde{t}_1$  崩壊が禁止されている)を使っ た  $M^{max} \geq M^{max}(calc) \geq c$ の間の相関を図 4.8 に示す。得られた結果を、 $M^{max} = a + bM^{max}(calc) \geq c$ いう関数で fitting した。fitting 結果は  $a = 67.08 \pm 16.12, b = 0.7161 \pm 0.049$  だった。Linearity はあるので edge の探索は可能であるが、傾きが 1 ではないので  $M^{max}$  の値を実験から決めるには補正の必要がある。

#### **4.2.4** $m_0$ scan

mSUGRAのパラメータのうち 4 つを固定し、 $m_0$  だけを変える MI11, SU4, MI22, MI21 のデータを使って解析を繰り返した。

 $M^{max}, M^{max}(calc)$ の $m_0$ に対する依存性を図 4.9 に示す。 $m_0$ が 250 GeV 程度より低いときは誤差の範囲で安定していた edge 位置が、 $m_0$ が 300 GeV 程度より大きくなると  $\tilde{g} \rightarrow t \tilde{t}_1$  崩壊が禁止されているため fit できなくなり、大きな誤差をもつ。

#### **4.2.5** $m_{1/2}$ scan

mSUGRAのパラメータのうち4つを固定し、 $m_{1/2}$ だけを変える MI11, MI15, MI16, MI18, MI17, MI19, MI20のデータを使って解析を行った。 $M^{max} \geq M^{max}(calc)$ の $m_{1/2}$ に対する依存性を図 4.10に示す。 $m_{1/2}$ が増加するに従い $M^{max}(calc)$ が増加し、

![](_page_58_Figure_0.jpeg)

図 4.8: 黒色丸:M<sup>max</sup> と M<sup>max</sup>(calc)の相関。

![](_page_58_Figure_2.jpeg)

図 4.9: m<sub>0</sub> に対する M<sup>max</sup>(黒色丸)、 M<sup>max</sup>(calc)(赤色四角)。

その増加に応じて fitting による  $M^{max}$  も増加している。 $m_{1/2}$  の値が大きいときの W sidebands method でバックグラウンドを差し引いた  $m_{bbjj}$  分布を図 4.11 から図 4.13 に示す。図 4.11 は MI17、図 4.12 は MI19、図 4.13 は MI20 である。 $m_{1/2}$ の増加に応じて edge が崩れていくのがわかる。これは  $m_{1/2}$ の増加により生成断面積がへり、統計量が減っているためだと考えられる。

![](_page_59_Figure_1.jpeg)

図 4.10:  $m_{1/2}$  に対する  $M^{max}$ (黒色丸)、 $M^{max}(calc)$ (赤色四角)。

表 4.2 のデータを使い、第3章と同様 toy MC で edge を同定できる確率を調べる。 toy MC の統計はそれぞれ 1000 事象でその結果を表 4.3 にまとめる。表 4.2.5 から分 かる様に、80%以上の確率で edge が見えるのは,  $m_{1/2}$  を固定して  $m_0$  方向にパラメー タを変えると、 $m_0 < 250$  GeV の範囲であり、 $m_0$  を固定して  $m_{1/2}$  方向にパラメータ を変えると、 $m_{1/2} < 180$  GeV の範囲である。

### 4.3 この章のまとめ

 $1fb^{-1}$ の統計量のとき、SU4 では b-tag efficiency が 60%以上であれば 80%以上の 確率で edge が見える。

パラメータを変えて 80%以上の確率で edge が見えるのは,  $m_{1/2}$ を固定して  $m_0$ 方向にパラメータを変えると、 $m_0 < 250$  GeV の範囲であり、 $m_0$ を固定して  $m_{1/2}$ 方向にパラメータを変えると、 $m_{1/2} < 180$  GeV の範囲である。

![](_page_60_Figure_0.jpeg)

図 4.11: MI17 の W side bands method を 図 4.12: MI19 の W side bands method を 用いてバックグラウンドを差し引いた後の 用いてバックグラウンドを差し引いた後の  $m_{bbjj}$  分布 分布。 $(m_{1/2} = 200 \text{ GeV})$   $m_{bbjj}$  分布 分布。 $(m_{1/2} = 210 \text{ GeV})$ 

![](_page_60_Figure_2.jpeg)

図 4.13: MI20 の W side bands method を 用いてバックグラウンドを差し引いた後の  $m_{bbjj}$ 分布 分布。 $(m_{1/2} = 220 \text{ GeV})$ 

名前	edge 同定確率 (%)	$m_0(\text{GeV})$	$m_{1/2}(\text{GeV})$
SU4	$93.9 {\pm} 0.76$	200	160
MI11	$85.8 \pm 1.12$	100	160
MI15	$93.9 {\pm} 0.76$	100	170
MI16	$82.3 \pm 1.21$	100	180
MI17	$53.9 \pm 1.58$	100	200
MI18	$61.0 \pm 1.54$	100	190
MI19	$40.7 \pm 1.55$	100	210
MI20	$15.3 \pm 1.14$	100	220
MI21	$3.5 {\pm} 0.6$	300	160
MI22	$91.2 {\pm} 0.90$	250	160

表 4.3: 表 4.3 のデータによる toy MC で edge を同定できる確率

## 第5章 まとめ

本研究では LHC,ATLAS 実験での  $\tilde{g} \rightarrow t\tilde{t}_1 \rightarrow bbjj\tilde{\chi}_1^{\pm}$  という崩壊過程のシミュレーション解析を行った。特にこの崩壊過程を解析して出来る不変質量分布の、edge 状のシグナルの探索感度について調べた。

 $1fb^{-1}$ の統計量を仮定したとき、W sidebands method を用いてバックグラウンド を差し引いた後の  $m_{bbjj}$ 分布で edge が見えるための条件を次の様に決めた。

- $\chi^2/ndf < 5$
- $\delta M^{max}/M^{max} < 3\%$
- edge の高さ > 50

この条件の時、SU4+ $t\bar{t}$ のデータを使用すると、93.9%の確率で edge が見える。バッ クグラウンドである  $t\bar{t}$ のみを使用したときは 0.1%の確率だった。

full simulation と fast simulation の違いも評価し、fast simulation の edge 位置は信頼できる事が分かり、また edge の探索感度については 10%程度の誤差で信頼できる ことがわかった。

mSUGRA のパラメータが表 3.1 に示す SU4 の場合について、b-tag efficiency を変 えて edge を同定できる確率を調べた。80%以上の確率で edge を同定するには、60%以 上の b-tag efficiency が必要である。

mSUGRA のパラメータを、 $A = -400 \text{ GeV}, \tan\beta = 10, sign(\mu) = + とすると$ き、 $m_{1/2} = 160 \text{ GeV}$ のとき  $m_0 < 250 \text{ GeV}$ 、または $m_0 = 100 \text{ GeV}$ のとき  $m_{1/2} < 180 \text{ GeV}$ の範囲で 80%以上の確率で edge を同定できる。

# 付 録 A 検出器シミュレーションと、 Object reconstruction

ここでは、検出器のシミュレーション及び object reconstruction を、full simulation と fast simulation の場合について説明する。

## A.1 full simulation

#### A.1.1 検出器シミュレーション

1. イベントジェネレーション

herwig[8] というイベントジェネレーターにより、粒子の4元運動量の情報を生成する。 Jimmy[9] によって、multi-parton scattering を simulate できるよう にし、underlying events を同時に生成している。

イベントジェネレーションの際に、Isawig[5]を使い、mSUGRAやGMSBのパ ラメータとtクォークの質量を指定して超対称性理論に基づくイベントを作る ことが出来る。

2.  $\mathcal{P} = \mathcal{P} = \mathcal{P} = \mathcal{P} = \mathcal{P}$ , digitization

検出器のジオメトリや物質密度などを再現して、生成した粒子が、検出器にど れだけのエネルギーを落とすかを Geant4[7] により計算する。

さらに落としたエネルギーから、検出器が出す電気信号をシミュレーション する。

3. 再構成

検出器の情報をもとに、jet や lepton などの事象を再構成する。

#### A.1.2 クラスターの生成

jet や電子を再構成するときに、エネルギーが落とされたセルを組み合わせて、クラスターと呼ばれる集合体を作る。

jet の再構成に使われるタワーアルゴリズムと、電子の再構成に使われる Sliding Window アルゴリズムについて説明する。

タワー アルゴリズムによるクラスター生成

EM カロリメータとハドロンカロリメータを  $\delta\eta \times \delta\phi = 0.1 \times 0.1$  の領域に分割し、 それぞれの領域をタワーと呼ぶ。各タワーに属する EM カロリメータのセルとハド ロンカロリメータのセルのエネルギーを足し、その合計値をタワーのエネルギーと する。

Sliding Window アルゴリズムによるクラスター生成

Sliding window アルゴリズムは、EM カロリメータのみを使い、ハドロンカロリ メータは使わない。 $\delta\eta \times \delta\phi = 0.025 \times 0.025$ の領域をタワーの単位として、EM カ ロリメータ 3 層のエネルギーを足してタワーを作る。

- 1. タワーを作るときに分割した  $\eta \phi$  平面で 5 x 5 セグメントのウィンドウを つくる。
- 2.  $\eta, \phi$ 方向にウィンドウを ±1 セグメントずらしたときにウィンドウ内の  $E_T$  が 減少する位置をクラスターの候補の位置とする。(つまりウィンドウの中のエ ネルギーが極大をとる位置にウィンドウを合わせる。) ウィンドウ内のタワー をまとめたオブジェクトをクラスターの候補とする。
- 3. ウィンドウ内の  $E_T$  が 15 GeV 以上の条件を課す。
- 4. 最後に、クラスターの候補の間の δη,δφ が共に 2 セグメントより大きいこと を要求する。この条件を満たせなかった場合は、5. に進み、クラスターの候補 を間引く。
- 5. 2 つのクラスターの  $E_T$  の比が 0.9 より小さいときは、大きい  $E_T$  を持つクラ スターを採用する。 2 つのクラスターの  $E_T$  の比が 0.9 よりも大きいときは、 中心のタワーの  $E_T$  が大きいクラスターを採用する。

A.1.3 jet

タワー アルゴリズムでタワーを作り、コーンアルゴリズムで jet を再構成する方法を説明する。

コーンアルゴリズム

- 1. シードセルとして  $E_T = 2$  GeV 以上のタワーを利用する。
- 2. ある大きさのコーン  $(\delta R = \sqrt{\delta \eta^2 + \delta \phi^2})$ のなかにあるエネルギーデポジット を足し合 わせて jet のエネルギーとする。コーンサイズは  $\delta R = 0.4$  を用いた。

#### A.1.4 電子

Sliding Window アルゴリズムを用いて、EM クラスターを作る。電子の再構成は、 EM クラスターに対して以下のカットをかけることによって行われる。

1. ハドロンカロリメータへの漏れが無い。

電子は殆どのエネルギーを EM カロリメータに落とすため、ハドロンカロリ メータへのエネルギーの漏れが無いことを要求する。

- 2. シャワーが細い 電子のシャワーはハドロンシャワーに比べて細いため、シャワーが細いことを 要求する
- 3. トラックとのマッチング

トラックが EM クラスターの近くにあり、さらに E/P が 1 に近いことを要求 する。デフォルトでは、E/P が 0.7 から 4 を要求している。これは  $\pi^{\pm}$  と区別 するためである。 $\pi^{\pm}$  は EM カロリメータにエネルギーの一部しか落とさない ため、E/P は 1 よりも小さくなる。

4. Isolation

jet と区別するために、電子の周り (isolation 領域) にエネルギーデポジットが無 いことを要求する。例えばbクォークのセミレプトニック崩壊から出た電子は、 周りにハドロンからのエネルギーが落ちている。そのため、電子のエネルギー が正しく評価されていないと考えられる。しかし、isolation を要求すれば、こ れらの電子を除くことが出来る。ATLAS では標準的に、電子の周囲  $\delta R < 0.2$ のコーン内のエネルギーが 10 GeV 以下であるものを Isolated electron として いる。

#### A.1.5 ミューオン

ミューオンはカロリメータを minimum ionizing particle(MIP) として通過し、カロリメータの外側にあるミューオン検出器でトラックを観測することができる。本研究では MuID というトラックングの方法を使った。

MuIDでは、ミューオンスペクトロメータと内部飛跡検出器のヒットをまとめてfit する。

ミューオンは isolation を要求しなくても再構成が行えるが、b クォークののセミ レプトニック崩壊から出たミューオンと区別するためには、isolation の要求が必要 である。ATLAS では標準的に、ミューオンの周囲  $\delta R < 0.2$  の範囲のエネルギーが 10 GeV 以下であるものを Isolated muon としている。

#### A.1.6 $missingE_T$

full simulation の  $missingE_T$  の計算方法は cell base である。

$$missingE_T = \sqrt{(missingE_X)^2 + (missingE_Y)^2}$$
(A.1)

$$missing E_{X,Y} = -(\Sigma E_{X,Y}^{cell} + \Sigma E_{X,Y}^{cryostat} + \Sigma E_{X,Y}^{muon})$$
(A.2)

式 (A.1) の右辺第 1 項はノイズの  $2\sigma_{noise}$  の閾値を超えたセルのエネルギーを足したものである。

第2項はEMカロリメーターとハドロンカロリメーターの間にあるクライオスタットの補正である。jet はハドロンカロリメータに到達する前にクライオスタットでエネルギーを損失してしまうので、ここで補正を行う。

第3項はミューオンのエネルギーである。ミューオンはカロリメータを MIP とし て通過し、エネルギーをほとんど落とさないので、セルとは別にエネルギーを足す 必要がある。

### A.2 fast simulationの場合

#### A.2.1 検出器シミュレーション

1. イベントジェネレーション

full simulation のイベント生成と同じ。

2. Atlfast による物理量の smearing

full simulation に合うように、物理量を smear する。

シミュレーション精度の面では full simulation に劣るが、短時間で大量のイベントを生成することが出来る。

![](_page_67_Figure_0.jpeg)

図 A.1: 2 通りのシミュレーションの方法。検出器のジオメトリや物質密度などを厳 密に再現する full simulation と、精度は劣るが短時間で大量のイベントを生成できる fast simulation(atlfast) が有る

#### A.2.2 jet

fast simulation では、 $\eta$ ,  $\phi$  平面を以下のようにセルに分割する。

- $\delta \eta \ge \delta \phi = 0.1 \ge 0.1 (|\eta| < 3)$
- $\delta\eta \ge \delta\eta \ge 0.2 \times 0.2 \ (3 < |\eta| < 5)$

各セルに落ちたエネルギーは、ジェネレーターにおける粒子の4元運動量をもとに 計算する。ニュートリノ、ミューオン、LSP以外の粒子がセルに入射した場合、その粒子のエネルギーをセルのエネルギーとする。jetは以下の手順で再構成される。

- 1. セルのエネルギーが 1.5 GeV よりも大きいものを initiator とする。
- 2. Initiator の  $E_T$  の大きいセルから  $\delta R < 0.4$  のセルを一つのクラスターの候補 とする。クラスターに使われたセルは処理から外す。
- 3. クラスターの候補の中で、エネルギーが5 GeV 以上のものをクラスターとする。
- 4.  $E_T > 10 \text{ GeV}, |\eta| < 5 \text{ od} p = 2 \text{ Jet} \text{ be}$

jet の親の識別については、ジェネレーターの情報を見て、再構成された jet から  $\delta R < 0.2$  に  $p_T > 5$  GeV の b, c クォークがあれば親は b, c クォークとされ、 $\delta R < 0.3$  に  $p_T > 10$  GeV のタウがあれば親はタウとされる。jet のエネルギーの smearing は、以下の式に従って行われる。

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{50\%}{E[\text{GeV}]} + 3\%(|\eta| < 3 \text{ 00場合})$$
 (A.3)

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{100\%}{E[\text{GeV}]} + 7\%(3 < |\eta| < 5 \text{ 00場合})$$
(A.4)

### A.2.3 電子、ミューオン

電子、ミューオンの再構成はジェネレーターの粒子情報をそのまま利用する。 電子、ミューオンには以下のセレクションをかける。

#### 電子

- $\nu \nu \rho \nu = \nu: |\eta| < 2.5, p_T > 5 \text{ GeV}$
- isolation 条件:  $\delta R < 0.2$  にあるセルのエネルギーが 10 GeV 以下

#### ミューオン

- $\nu \nu p \nu = \nu$ :  $|\eta| < 2.5, p_T > 6 \text{ GeV}$
- isolation 条件: δR < 0.2 にあるセルのエネルギーが 10 GeV 以下</li>

電子のエネルギーの smearing は

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{12\%}{E[\text{GeV}]} + \frac{24.5\%}{E_T[\text{GeV}]} + 7\%$$
(A.5)

に従って行われる。

A.2.4  $missingE_T$ 

再構成された jet や粒子のエネルギーから missing  $E_T$  を計算する。missing  $E_T$  は 以下の式で表される。式中の  $E_{X,Y}^{unusedcell}$  は、jet や粒子の 再構成に用いられなかった セルのエネルギーを表している。

$$missing E_T = \sqrt{(missing E_X)^2 + (missing E_Y)^2}$$
(A.6)

$$missingE_{X,Y} = -(\Sigma E_{X,Y}^{jet} + \Sigma E_{X,Y}^{unusedcell} + \Sigma E_{X,Y}^{electron,muon,\gamma})$$
(A.7)

fast simulation の jet、電子、光子、ミューオンのエネルギーは smear されている ので、それらを用いて計算される missing  $E_T$  も smear されることになる。

## 謝辞

本研究を行うにあたり、助言と指導をして下さった花垣准教授に深く感謝いたし ます。

研究を円滑に進められるように計算機の環境を整えてくださった山中教授、b-tag 関係を色々教えていただいた内田さん、計算機関係の様々なテクニックを教えてい ただいた岩井先輩にも深く感謝します。

同期の廣瀬君、吉元君、李君のおかげで楽しい研究生活を過ごすことができました。また研究室の皆様にもいろいろお世話になりました。ありがとうございました。 秘書の川口さんには大変お世話になりました。本当にありがとうございました。

## 参考文献

- [1] W.-M. Yao, et al. [Particle Data Group], Journal of Physics G 33, 1 (2006).
- [2] ATLAS Collaboration. [Expected Performance of the ATLAS Experiment Detector, Trigger, Physics], CERN-OPEN-2008-020; ISBN 978-92-9083-321-5 (2008).
- [3] Stephen P Martin [Supersymmetry Primer], arXiv:hep-ph/9709356.

[4] T.Kondo 『最高エネルギーで最極微の世界に挑戦する LHC 計画 』.

- [5] Isawig homepage http://www.hep.phy.cam.ac.uk/richardn/HERWIG/ISAWIG/.
- [6] Isajet homepage http://www.hep.fsu.edu/ isajet/ .
- [7] geant4 homepage http://wwwasd.web.cern.ch/wwwasd/geant4/geant4.html .
- [8] Herwig homepage http://hepwww.rl.ac.uk/theory/seymour/herwig/ .
- [9] Jimmy homepage http://projects.hepforge.org/jimmy/ .
- [10] MC@NLO homepage http://www.hep.phy.cam.ac.uk/theory/webber/MCatNLO/
- [11] Junichi Hisano, et al. arXiv:hep-ph/0904078, (2002).
- [12] Jelena Kristic, et al. ACTA PHYSICA POLONICA B, (2007).