Simulation of Pandemic for COVID-19

H. Nanjo
nanjo@champ.hep.sci.osaka-u.ac.jp

2020 年 5 月 7 日

1 セットアップ

1.1 使える情報

- 死亡率 $P_{death} = 3\%$
- 感染期間 $D = 10$(days)
- 無症状者の率 $a = 30\%$
- 症状のあるうち 20% が重症、5% が ICU

日本での死亡率は 2020/4/29 現在 $435/13944 = 0.3\%$ であった。無症状者の率は武漢帰国者からは 30%、クルーズ船では 20% であった。

1.2 仮定

毎日 $f = 10$ 人の人と濃厚接触する。その時間は $T = 5$ 時間とする。1 時間の濃厚接触で 2% の感染率とする。症状のない $a = 30\%$ の人が感染を広げ、残りの 70% の人は隔離されている。一度感染すると $D = 10$ 日間は感染状態となり、感染力を維持する。その後は回復による免疫獲得、もしくは死亡により、二度と感染しない。死亡も含め総人口 N は一定であり、外部からの流入はない。

1.3 展開

現時点での感染者数 N_i 人とすると、このうち症状のない $N_i \times a$ 人が感染を広げる。彼らが 1 日あたり f 人と接触する。この中で回復者 (死亡を含む) は感染しないので、未感染の人と出会う確率は $(N - N_{rd})/N$ である。つまり $f \times (N - N_{rd})/N$ 人が感染の危険に晒される。この 1 人ずつが感染する確率はどうだろうか？単位時間あたり $q = 0.02$ の確率で、T 時間濃厚接触した後に

感染している確率を P とする。感染していない確率が $(1-q)^T$ であることから

$$P =1-(1-q)^T \tag{1}$$
$$=1-\exp(\ln(1-q)T) \tag{2}$$
$$\sim 1-\exp(-qT) \tag{3}$$

となる。以上より、1 日あたりの感染者の増加分、つまり新規感染者数 C_i は

$$C_i =N_i \times a \times f \times \frac{N-N_{rd}}{N} \times (1-\exp(-0.02T)) \tag{4}$$

D=10 日前に感染した人は回復することから感染状態から抜けていくので、

$$\Delta N_i = + C_i - C_i(D \text{ days before}) \tag{5}$$

回復者の数 (死亡を含む)N_{rd} は

$$\Delta N_{rd} = + C_i(D \text{ days before}) \tag{6}$$

両辺を N で割って割合で考えよう。

$$\Delta r_i =r_i \times a \times f \times (1-r_{rd}) \times (1-\exp(-0.02T)) - c_i(D \text{ days before}) \tag{7}$$
$$\Delta r_{rd} = + c_i(D \text{ days before}) \tag{8}$$

の 2 つの差分方程式で計算できる。初期条件に 1 名の感染者がいた想定にするなら、だいたい日本の人口 1 億 $N=10^8$ として考えて、$r_i = 10^{-8}$ である。

2　結果

Simulatin により次のような結果をえた。図 1,2 では時間発展の様子を、図 3 では 1 日に何倍に増えたかを示す。

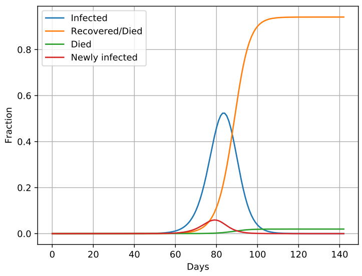

図 1　時間発展 (linear scale)

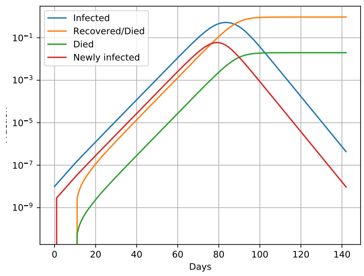

図 2　時間発展 (log scale)

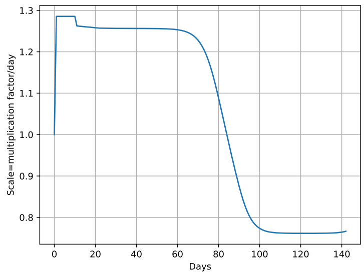

図 3　Multiplication factor per day.

おまけで図 4 に日経新聞 online からの世界のコロナウィルスの情報をのせる。

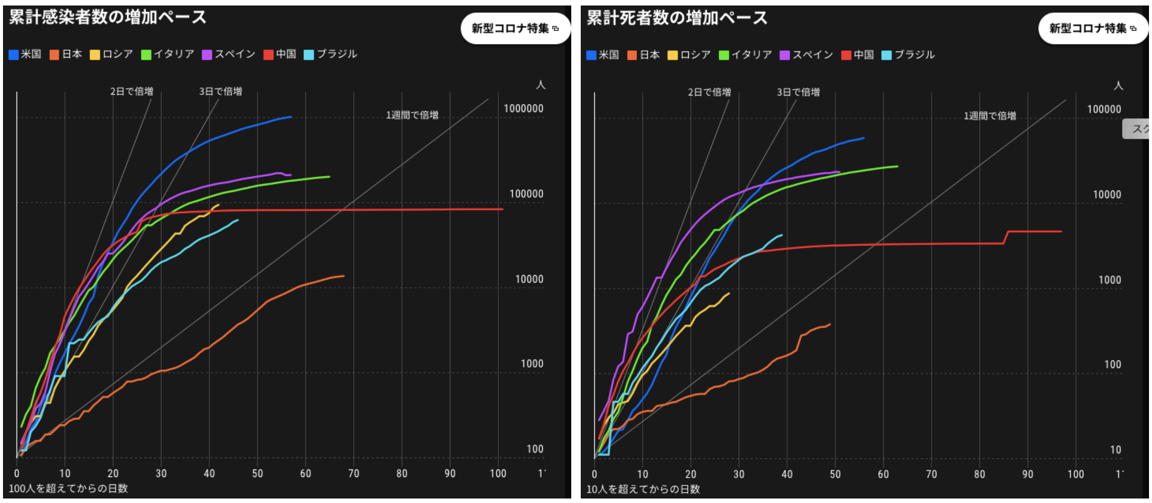

図 4　世界の状況 (日経新聞オンラインより)

3　考察

3.1　初期の増加率

$$\Delta r_i = r_i \times a \times f \times (1 - r_{rd}) \times (1 - \exp(-0.02T)) - c_i(D \text{ days before}) \tag{9}$$

初期は $r_{rd} \ll 1$ である。また、仮に第 1 項が主要とすると

$$\Delta r_i / r_i \sim a \times f \times (1 - \exp(-0.02T)) \sim 0.3 \tag{10}$$

つまり 1 日あたりおよそ 1.3 倍に増加する。図 3 の初期値はこれにあたる。$D = 10$ 日後からは感染終了からくる第 2 項の寄与があり、増加率がやや減少し図からは 1.25 程度。倍加する期間は $2 = 1.25^n$ より $n = 3.1$ 日でアメリカなどでの感染爆発の様相。

3.2　減少に転じる条件

減少するということは次の条件。

$$\Delta r_i = r_i \times a \times f \times (1 - r_{rd}) \times (1 - \exp(-0.02T)) - c_i(D \text{ days before}) \leq 0 \tag{11}$$

つまり転機は $(1 - r_{rd})$ が十分効くことにあたり、$\alpha \equiv af\,(1 - \exp(-0.02T))$ とすると、

$$\Delta r_i / r_i \sim \alpha(1 - r_{rd}) - \left[(1+\alpha)^{-D} - (1+\alpha)^{-D-1}\right] = 0 \tag{12}$$

新規感染者が 1 日あたり $(1+\alpha)$ 倍増えていったことを考えると D 日前の $r_i = (1+\alpha)^{-D}$、$(D+1)$ 日前の $r_i = (1+\alpha)^{-D-1}$、c_i はこの差に相当する。今回 $\alpha \sim 0.3$ だったので

$$(1 - r_{rd}) = \frac{(1+\alpha)^{-D}(1 - (1+\alpha)^{-1})}{\alpha} = 1.3^{-10}(1 - 1/1.3)/0.3 \sim 0.06 \tag{13}$$

$$r_{rd} = 0.94 \tag{14}$$

となる時とわかる。r_{rd} は感染者数に対して D 日遅れで追従。D 日後より一日あたり $(1+\alpha)$ 倍で増加する。N 日目の $r_{rd}(N)$ は

$$r_{rd}(N) = c_0 \times (1+\alpha)^{N-D} \tag{15}$$

でよいだろう。

$$0.94 = 10^{-8} \times 1.3^{N-10} \tag{16}$$

$$N = \frac{\ln(0.94e8)}{\ln(1.3)} + 10 \sim 80 \tag{17}$$

ということで、およそ 80 日後に減少に転じると予測できる。実際の様子もだいたいこれでよいようた。

3.3　減少の様子は？

3.4　東京のモデルとロックダウンは？

人口は 1000 万人で 10^7。これまで 1 日 10 人と濃厚接触するとしたが、f =6 人に減った場合を考える。するとおよそ 6 日で倍増ペースで、日本の様子に似た上昇。60 日後に 10^{-4} の感染率で 1000 人の感染。この段階で Lockdown をして、f がさらに Lockdown factor 倍になったと考える。Lockdown factor=0.1 で強い抑制をした場合。

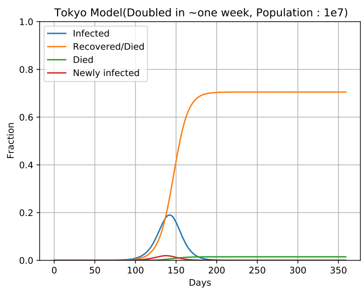

図 5　時間発展 (linear scale)

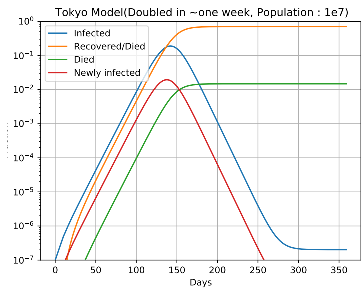

図 6　時間発展 (log scale)

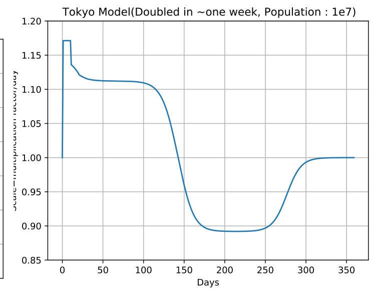

図 7　Multiplication factor per day.

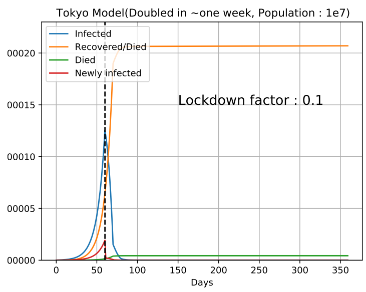

図 8　時間発展 (linear scale)

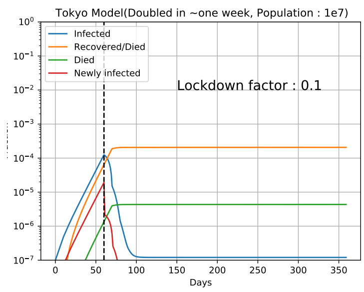

図 9　時間発展 (log scale)

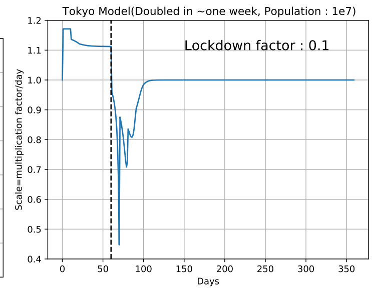

図 10　Multiplication factor per day.

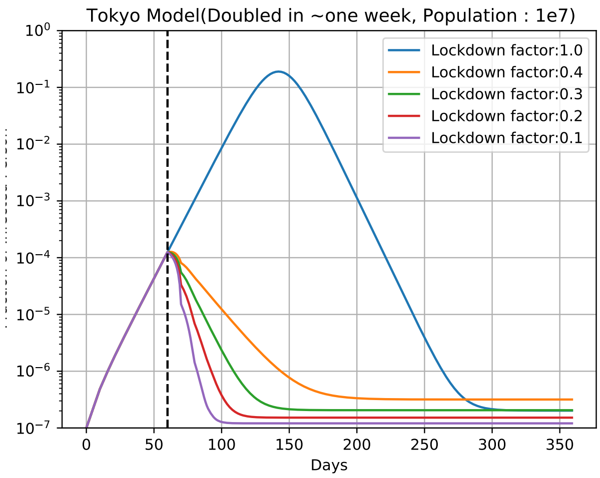

図 11　時間発展 (linear scale)