B-factory における
シリコンバーテックス検出器の研究

大阪大学 理学部 物理学科 長島研究室
足立 孝治

平成 7 年 3 月 15 日

概要

KEK B-factory 計画において使われるシリコンバーテックス検出器システム構成の研究を行なった。シミュレーションを用いて、ストリップ間隔、検出器の位置の最適化を行なった。そして、今回のデザインにおける性能評価や、要求される分解能が発揮されるか確認した。

目 次

1 序論 **1**

1.1 ＣＰ非保存と小林-益川行列 1

1.2 KEK B-factory とＣＰ非保存の検証 3

1.3 本論文のねらい 8

2 シリコンマイクロストリップ検出器 **10**

2.1 半導体検出器 10

2.1.1 シリコン結晶 10

2.1.2 p 型半導体、n 型半導体 11

2.1.3 ダイオード型半導体検出器 12

2.1.4 逆バイアス電荷 15

2.2 シリコンマイクロストリップ検出器 18

2.2.1 シリコンマイクロストリップ検出器の構造 18

2.2.2 両面シリコンマイクロストリップ検出器 19

2.2.3 二重金属層 20

3 デザインにおける要請 **23**

3.1 KEK B-factory におけるバーテックス検出器の特徴 23

3.2 シリコンマイクロストリップ検出器への要請 25

3.2.1 構造上の条件 25

3.2.2 シリコンマイクロストリップ検出器の持つ様々な側面 26

4 要求を満たすためのデザインの考え方 **31**

4.1 静電容量 31

4.2 多重散乱 32

4.3 シリコンマイクロストリップ検出器の配置 34

5 デザインの決定 37
5.1 広間隔のストリップの位置分解能 37
5.1.1 シミュレーションにおける設定 37
5.1.2 シミュレーションの結果 38
5.2 今回考えたデザイン 47
5.2.1 全体の構造 47
5.2.2 シリコンマイクロストリップ検出器 47

6 今回のデザインの性能評価 55
6.1 様々なパラメーター 55
6.2 Δ z 分解能 62

7 まとめ 66

A B中間子系でのＣＰ非保存 67
A.1 弱固有状態と質量固有状態 67
A.2 ３世代ＫＭ行列 70
A.3 ユニタリー三角形 72
A.4 質量行列と混合パラメーターε 74
A.5 混合の公式 75
A.6 質量行列の評価 79
A.7 ＣＰ非保存の検証 83
A.7.1 レプトン非対称 83
A.7.2 ＣＰ固有状態への崩壊 84
A.7.3 崩壊モードとＫＭ行列の位相 86
A.7.4 CP の破れの位相における雑音 87
A.8 非対称 B-factory 88

B シリコンマイクロストリップ検出器における静電容量の計算 92

C 広間隔ストリップにおける位置分解能シミュレーション 94

D 100μm 間隔における位置分解能のビームテスト 100
D.1 ビームテストのセットアップ 100
D.2 解析 102
D.2.1 オフセット 103
D.2.2 コモンモードシフト 104
D.2.3 ノイズ 105

D.2.4 クラスター (リファレンス検出器) 106
D.2.5 クラスター (CLEOII) 113
D.2.6 検出器の角度補正 113
D.2.7 残差分布 116
D.3 結果 116

謝辞 **120**

参考文献 **122**

図 目 次

1.1 小林-益川行列のユニタリー三角形 3
1.2 ＣＰ固有状態への非対称崩壊 5
1.3 $B^0\overline{B^0}$中間子の崩壊例 6
1.4 バーテックス検出器の考え方 8

2.1 シリコン結晶の摸式図とエネルギー準位 (低温のとき) . . . 11
2.2 シリコン結晶の摸式図とエネルギー準位図 (外からエネルギーが与えられたとき) 12
2.3 p 型半導体の結晶構造とエネルギー準位 13
2.4 n 型半導体の結晶構造とエネルギー準位 13
2.5 p-n 接合 14
2.6 逆バイアス電圧の印加 16
2.7 p-n 接合における電荷分布のモデル 16
2.8 シリコンマイクロストリップ検出器の基本的な構造 19
2.9 両面シリコン検出器の構造図 20
2.10 二重金属層 (DML) の摸式図 21
2.11 ギャンギングが必要な検出器 22

3.1 実験時のバックグラウンド 24
3.2 シリコン基板を切り出すウエハー 25
3.3 シリコンマイクロストリップ検出器を荷電粒子が通過したときのＡＤＣ分布 27
3.4 デジタルな方法での通過位置の決定 28
3.5 電荷重心法での粒子の通過位置の定義 28
3.6 検出器に垂直に荷電粒子が入射したときの電荷分配 29

4.1 コンデンサー・ネットワークを表すひとつのモデル 32
4.2 多重散乱 33
4.3 避けることのできないバーテックス検出器内側の物質 . . . 34

4.4 インパクトパラメータを計算するモデル 34

5.1 斜め入射のときの検出器中の電荷 39
5.2 位置分解能を求めるときの典型的な分布 40
5.3 様々なストリップ間隔についての位置分解能 41
5.4 200μm のストリップ間隔における電荷分配のシミュレーション 42
5.5 クラスターが 3 本のストリップからできだすとき 45
5.6 シリコンバーテックス検出器の全体図 48
5.7 シリコンマイクロストリップ検出器上のストリップ構造 . . 49
5.8 今回のデザインにおける、多重散乱の効果の保証 (内層) . 51
5.9 今回のデザインにおける、多重散乱の効果の保証 (外層) . 52
5.10 ステレオ不確定性 53

6.1 飛跡を再構成するためのパラメーター化 56
6.2 飛跡のパラメーター d に関するエラー 58
6.3 飛跡のパラメーター z に関するエラー 59
6.4 飛跡のパラメーターϕに関するエラー 60
6.5 飛跡のパラメーター cotθに関するエラー 61
6.6 $\mathrm{B^0\overline{B^0}} \to J/\psi K_s +$ standard decay における崩壊点の再構成 63
6.7 Ztag、Zcp およびΔz の残差分布 65

A.1 ＫＭ行列のユニタリー三角形 73
A.2 $B^0 - \overline{B}^0$混合の箱型図形 75
A.3 ＣＰの破れに寄与するダイアグラム 80
A.4 ＣＰの破れを見るモード 86

C.1 電荷の分散モデル 96
C.2 広間隔ストリップにおけるシミュレーション 99

D.1 ビームテストのセットアップ 101
D.2 ビームテストで得られる典型的なＡＤＣ値分布 103
D.3 CMS の典型的な事象例 104
D.4 検出器のノイズ 105
D.5 リファレンス検出器のクラスター分布 (角度カット前) . . . 107
D.6 オフセットの急激な変動 108
D.7 角度によるカットの考え方 109
D.8 角度によるカットの例 110

D.9 角度によるカット後の通過位置分布 111
D.10 リファレンス検出器のシグナル 112
D.11 CLEOII のシグナルとノイズ 114
D.12 入射角の補正 115
D.13 x 方向の傾き 116
D.14 典型的な残差分布 117
D.15 ビームテストの位置分解能の結果 118

表 目 次

3.1 KEK B-factory におけるシリコンバーテックス検出器の特徴 24
3.2 シリコンマイクロストリップ検出器に要求される条件 . . . 30

4.1 デザインするときの考え方 36

5.1 今回のデザインにおけるシリコンマイクロストリップ検出器の様々な値 54

D.1 ビームテストに用いた CLEOII 検出器 102
D.2 リファレンス検出器の S/N 109

第１章

序論

現在、高エネルギー研究所の次期計画として「B-factory 計画」が進められている。この計画の最大の目標の１つとして、中性Ｂ中間子系でのＣＰの破れを検証することがある。そのときに、重要な役割を果たすのが「シリコンバーテックス検出器」である。

1.1　ＣＰ非保存と小林-益川行列

現在、少なくとも我々の数Ｍ pc[1]以内に、反物質でできた宇宙が存在する証拠は見つかっていない。

そこで、「なぜ”物質”のほうが”反物質”より多いのだろう？」という疑問がわく。これは現在も解決されていない問題であるが、大統一理論から以下の条件が提起されている。

- バリオン数非保存の反応がある
- バリオン・反バリオン生成のとき熱平衡が破れている
- ＣとＣＰが破れている

これは Sakharov の３条件と言われている。この条件はまだ、さまざまな問題点があり、疑問に対する直接的な答えとは言えないが精力的に研究されている。このときに「ＣＰの破れ」が大きく関わってくる。

「ＣＰの破れ」すなわち”ＣＰ非保存”は 1964 年に V.L.Fitch、J.W.Cronin らが中性Ｋ中間子系において発見した。中性Ｋ中間子は２種類あり、ひと

[1] 1pc は 3.26 光年

つはＣＰ変換に対して-1 の固有値を持つ固有状態[2](CP=-1)、もうひとつはＣＰ変換に対して+1 の固有値を持つ固有状態[3](CP=+1) が存在する。これらのＫ中間子が崩壊するときに、崩壊の前後でＣＰの固有値は変化しない、つまりＣＰは保存されると考えられていた。例えばＣＰ=-1 の固有状態のＫ中間子は、ＣＰ=-1 の状態である３個のπ 中間子には崩壊することはできても、ＣＰ=+1 の固有状態であるπ 中間子２個の状態には崩壊できないと考えられていた。ところが、彼らの実験でＣＰ=-1 の固有状態のＫ中間子が、ＣＰ=+1 の状態である$\pi^+\pi^-$へ崩壊する事象が発見されたのである。この実験事実は非常に強い衝撃を物理学者に与えた。

以来、数々の実験が行なわれてきているが、中性Ｋ中間子系以外でＣＰ非保存は観測されていない。さらに、なぜＣＰ非保存が生じるかを説明する、確たる理論もない。

その中で現在、ＣＰの破れを説明する理論として最も有力視されているのが「小林-益川行列」である。

1973 年、小林誠-益川敏英の両名は「クォークは少なくとも３世代必要である」と発表した [2]。これはクォークを３世代、つまり６個導入すると、クォーク間の混合の度合いを表す３ x ３の行列要素 (これを” 小林-益川行列” と言う) を全て実数にすることはできず、少なくとも一つの虚数位相が必要になるという指摘であった。この虚数位相によってＣＰの破れを自然に導くことができる。

小林-益川行列を具体的に、$\lambda = \sin\theta_c$ (θ_c:カビボ角 ~ 0.22) を用いてλ^3まで展開した形で書くと (Wolfenstein 表示)

$$\begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda(\rho-i\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix} + O(\lambda^4) \tag{1.1}$$

となる。この行列はユニタリー性を要求される。その結果

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \tag{1.2}$$

という式が導かれる。これを複素平面で表すと、図 1.1のように三角形をなす。

[2]この状態は２種類のうちで寿命が長いために特に K_Lと言われる
[3]K_Lに対して寿命が短いので K_S と言われる

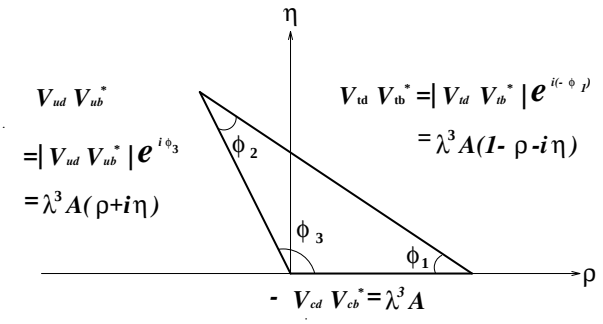

図 1.1: 小林-益川行列のユニタリー三角形

この三角形の要素、3辺と3角を測定することによって、小林-益川行列の精密な検証ができる。そのために、小林-益川行列行列要素を求めることが重要になるが、中性K中間子系では、この行列要素を精密に測定することは難しい。なぜなら、K中間子を構成するクォークは質量が小さく、小林-益川行列における3行目の要素と3列目の要素は、高次の効果としてしか観測できない。

その一方で、中性B中間子系においては、b クォークを含むために、この行列要素をあらわに測ることができる。したがって、B中間子系での測定が重要になり、さらに、小林-益川行列から、中性B中間子系でのＣＰの破れが導かれるので、このＣＰ非保存の有無を測定することが最も重要な測定の一つになる。

1.2 KEK B-factory とＣＰ非保存の検証

KEK B-factory では、中性B中間子系でのＣＰ非保存を検証することと、さらに、小林-益川行列の行列要素、つまり、ユニタリー三角形の要素を測ることが重要な研究テーマになっている。また、その他にチャーム・クォークの物理、τ レプトンの物理など、多くの重要なテーマがあるが、ここでは特にシリコンバーテックス検出器が重要な役割を果たす、ＣＰ非保存の検証について述べる。

中性B中間子系においてＣＰ非保存は、B中間子と反B中間子が同一のＣＰ固有状態に崩壊する際の非対称として観測することができる。そ

こで中性 B 中間子 (B^0) と中性反 B 中間子 $(\overline{B^0})$ を同時に作り、その崩壊率の時間発展を測定することが重要になる。

例として、固有状態を $J/\psi K_s$(C P $=-1$) とすると、C P の非対称パラメーター A_{cp}は以下のように表される (詳しくは付録 A を参照)。

$$A_{cp} = \frac{\Gamma(B^0 \to J/\psi K_s) - \Gamma(\overline{B^0} \to J/\psi K_s)}{\Gamma(B^0 \to J/\psi K_s) + \Gamma(\overline{B^0} \to J/\psi K_s)} \quad (1.3)$$

$$= \sin 2\phi_1 \times \sin \Delta m \Delta t \quad (1.4)$$

ϕ_1は図 1.1で定義した角である。ここで大事なのはΔt で、これは同時にできた $B^0\overline{B^0}$のうち片方が B^0かあるいは$\overline{B^0}$として崩壊した時間と、他の一方が $J/\psi K_s$に崩壊した時間差である。この式から分かるように A_{cp} をΔt の関数として観測することによって $\sin 2\phi_1$が分かる (図 1.2)。

KEK B-factory では中性 B 中間子を大量に作るために、電子陽電子衝突型加速器を用いて、$\Upsilon(4S)$ 状態を作り、そこからの崩壊によってできる B 中間子を用いる[4]。このときに $B^0\overline{B^0}$は対で作られるがスピンと軌道角運動量の考察[5]から、 2 つのうち 1 つが崩壊するまでは一方が B^0なら他の一方は$\overline{B^0}$という状態にある。この状態をコヒーレント時間発展と言い、式 1.3はこのことから導かれる。

具体的には、例えば 1 つの B 中間子が準レプトン崩壊によって D 中間子に、もう一方が $J/\psi K_s$への崩壊をしたとする。このとき、準レプトン崩壊から出てくるレプトン (電子やμ粒子) の電荷を見てやることによって、そのレプトンの起源の B 中間子が B^0か$\overline{B^0}$か分かる。この崩壊の起きた時間において、他の B 中間子は必ず逆のフレーバーを持つ。その時間を原点として、この逆のフレーバーを持つ B 中間子が $J/\psi K_s$へ崩壊する事象の時間分布を測定することになる。(図 1.3)。

このとき、Δt を精度良く測定するために、Δt を直接測るのではなくて、 2 つの B 中間子の崩壊点 (=バーテックス) の間の距離を精密に測る。その距離から時間差を割り出すのである。

ところが B 中間子の寿命は大変短く、崩壊点間の距離を測るのに工夫がいる。$\Upsilon(4S)$ の質量は $10.58\mathrm{GeV}/c^2$で、そこから 2 体崩壊でできる B^0 中間子の質量は $5.28\mathrm{GeV}/c^2$である。すなわち、B^0中間子が持てる運動量

[4] $\Upsilon(4S)$ はほとんど 100 %近く、$\mathrm{B^0\overline{B^0}}$と $\mathrm{B^+B^-}$に同じ比率で崩壊する
[5] $\Upsilon(4S)$ は $\mathrm{J}^p = 1^-$であり、B は $\mathrm{J}^p = 0^-$である。

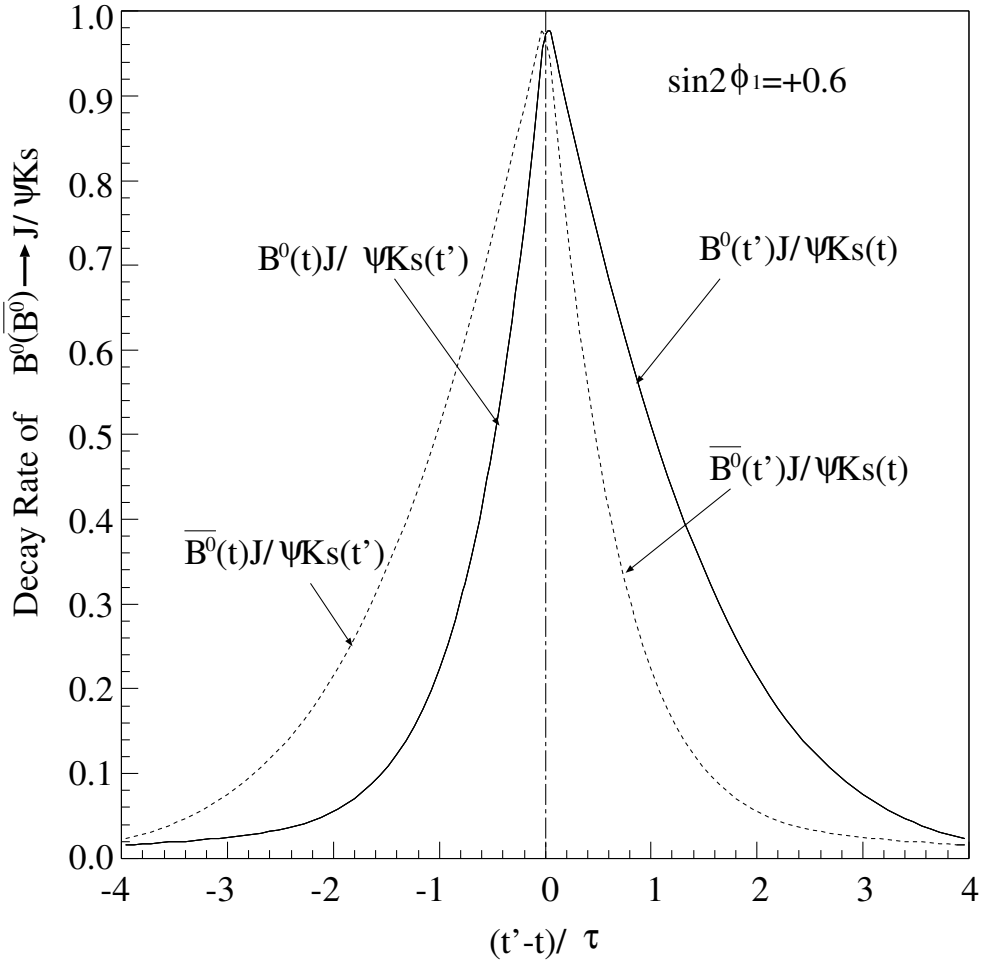

図 1.2: ＣＰ固有状態への非対称崩壊：横軸は、対生成された $B\overline{B}$ 中間子の１つをレプトンによって同定し、他方がＣＰの固有状態である $J/\psi K_s$ に崩壊したときの、時間差Δ t をＢ中間子の寿命 τ_B で割ったもので、縦軸は事象数である。ＣＰが保存しているならば、同定したＢ中間子が B^0 か $\overline{B^0}$ かに関わらず、０を中心に対称になるが、ＣＰが保存していないときは図のように非対称が生じる。ただし、ＣＰの破れの大きさは $\sin 2\phi_1 = 0.6$ としてある。

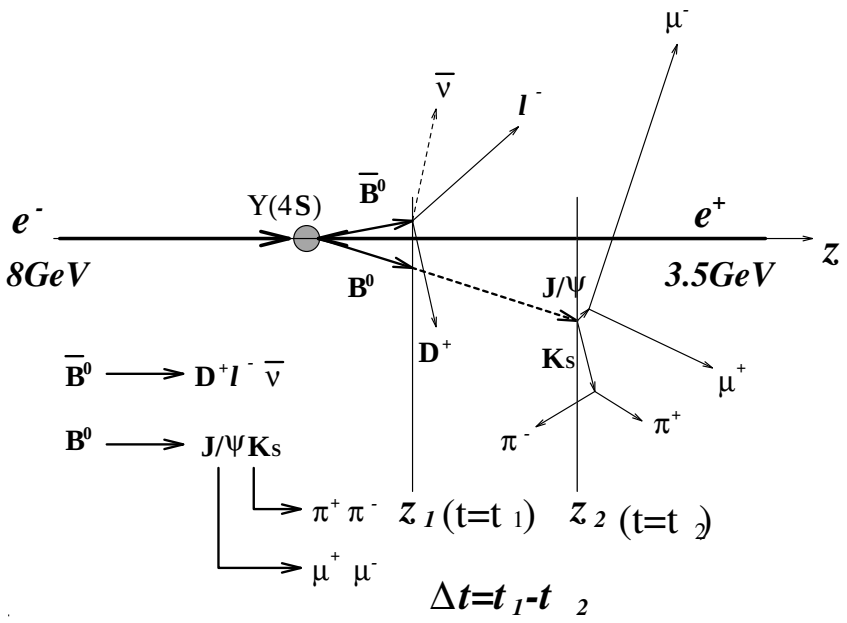

図 1.3: $B^0\overline{B^0}$中間子の崩壊例

は $346\mathrm{MeV/c}$ となり、寿命が 1.5×10^{-12}秒なので、このときの B^0中間子の平均崩壊長は $29\ \mu\ \mathrm{m}$ となり、測定は非常に難しくなる。

そこで、KEK B-factory では非対称衝突型加速器を用いる。これは、電子と陽電子を異なるエネルギーで衝突させ、B^0中間子の実験室系での平均崩壊長を延ばすのが狙いである。具体的には、電子のエネルギーが $8\mathrm{GeV}/c^2$、陽電子のエネルギーが $3.5\mathrm{GeV}/c^2$で衝突させる。このとき生成される$\Upsilon(4S)$ は電子ビームの方向に $4.5\mathrm{GeV/c}$ の運動量を持ち、実験室系で見た B^0の平均崩壊長は約 $190\ \mu\ \mathrm{m}$ になる (図 1.3)。このときにΔz は以下の式で表される。

$$\Delta z \simeq c\beta\gamma\Delta t \tag{1.5}$$

ただし

$$\beta = \frac{v}{c}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

v : B 中間子の実験室系での速さ

c : 光速

z：2 つの B 中間子の崩壊点の z方向 (ビーム方向) の位置
(1.6)

仮に$\Delta t \sim 1.0 \times 10^{-12}$秒とすると$\Delta z \sim 150\mu m$ となる。

ところが、式 1.3を見ると”Δm” の寄与がある。このΔ m は振動の周期を表すことになり、平均崩壊長に対して非常に短い周期であれば図 1.2 のような非対称を観測することは難しくなる。B 中間子系ではΔ m は約 2×10^{-12}秒の周期に相当し、B 中間子の寿命と近い。そのため、図 1.2のような非対称の分布が生じるのである。この分布を実験において観測するにあたって、Δ z に対して要求される精度は、Δ z 分解能にして

$$\sigma_{\Delta z} \leq 95\mu m \tag{1.7}$$

となる。

結局この実験において、この要求される精度を達成するような崩壊点検出器、すなわちバーテックス検出器の性能が決め手になる。

そのような位置分解能の高い検出器として、ドリフトチェンバー等のワイヤーチェンバーが考えられるが、位置分解能はせいぜい 100 μ m でありΔ z 分解能はさらに悪くなるので、決め手に欠ける。

有力候補としては、シンチレーションファイバー検出器や、ガスマイクロストリップ検出器が考えられるが、KEK B-factory ではシリコンストリップ検出器をバーテックス検出器として導入することが予定されている。

1.3 本論文のねらい

粒子の崩壊点を測定するために、その崩壊によってできる荷電粒子の飛跡を正確に求めることが要求される。これは、飛跡を組み合わせることによって崩壊点を決定するからである。このため、バーテックス検出器が必要となる。図 1.4にその考え方を示す。

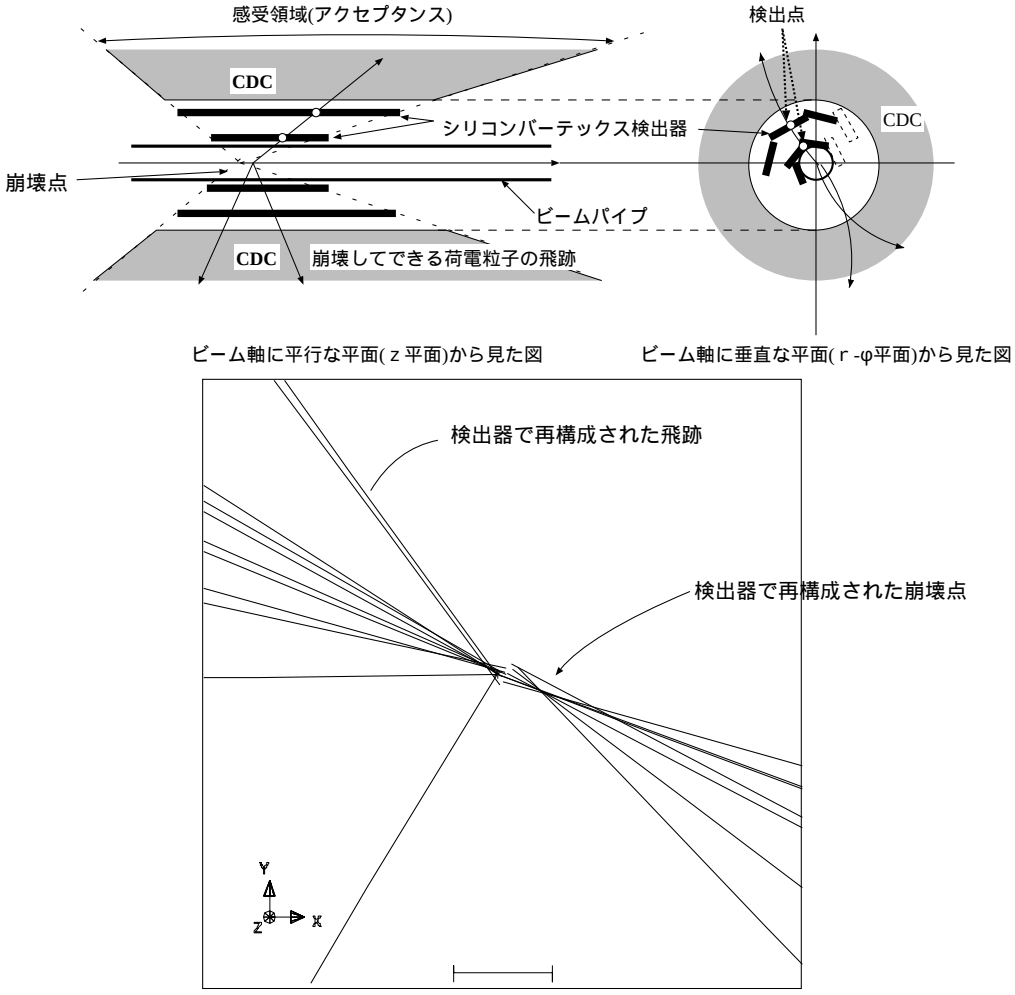

図 1.4: バーテックス検出器の考え方:粒子の通過位置を正確に測定することで、飛跡を求め、その交点から崩壊点を決定する。

シリコンマイクロストリップ検出器を、図のように崩壊点の周りに並べれば、荷電粒子の通過位置の情報から飛跡が分かる。それらの飛跡

の交点が、崩壊点と考えられるために、検出器上の通過位置を正確に知らなければならない。そこで、位置分解能の非常に高い検出器が要求されることになり、シリコンマイクロストリップ検出器を用いることになる。

シリコンマイクロストリップ検出器を構成するユニットは $6\times4\mathrm{cm}^2$ 程度の板状であり、それらの大きさ、配置が精密な測定にとって重要になる。また、次章で述べるが、この検出器で通過位置の情報は、ストリップ状に並んでいる半導体検出器によって得られる。そこで、検出器上のストリップをどのような構造にすればよいのかが重要になる。そこで本論文では、シリコンマイクロストリップ検出器の、様々な側面を考慮したバーテックス検出器のシステム構成の研究について述べる。

第 2 章

シリコンマイクロストリップ検出器

KEK B-factory では、多くのシリコンマイクロストリップ検出器から形作られるバーテックス検出器を用いる。

シリコンマイクロストリップ検出器はシリコン半導体を用いたダイオード型検出器の一種である。ここでは、ダイオード型半導体検出器の基本的な動作原理について述べ、シリコンマイクロストリップ検出器について述べる。

2.1 半導体検出器

2.1.1 シリコン結晶

半導体検出器として用いられるシリコンは 4 価の元素で、その結晶構造を図式的に表すと図 2.1の (a) の様になる。ただし、ここでは熱励起のない状態を想定している。

このような状態において、最外殻の電子はすべて共有結合に参加し、電荷を運ぶ担い手がない。このときの電子のエネルギー準位のバンド構造が図 2.1の (b) である。充満帯にはそれぞれのエネルギー準位にすべて電子が詰まっており、電子は自由に動けない。この上部に当たる準位に、結合に参加している電子がある。価電帯のエネルギー準位には電子はなく、そのためこの準位にある電子は自由に結晶中を動き回り電荷を運ぶことになる。

ところが、一方で充満帯と価電帯の間には禁止帯と呼ばれる、電子の

エネルギー準位が許されない領域がある (この間のエネルギーを Eg とする)。そのため、充満帯にある電子がこの禁止帯を超えるようなエネルギーをもらわない限り、価電帯には行くことができず、その結果、電荷を運ぶ担い手が存在しないのである。

Eg より大きいエネルギーが与えられると、充満帯の上部にあった電子が価電帯の領域のエネルギー準位に移る。また、その移った電子の後には「穴」が空く。これを「正孔」と言い、価電帯の電子と同様に、結晶中を自由に動き回り”+” の電荷を運ぶ担い手になる (図 2.2(b))。このときの結晶の図式的に表したのが図 2.2(a) である。

典型的には、電気の流れない不導体では Eg∼6eV で、半導体では Eg∼1eV、金属のような良導体では充満帯と価電帯が重なっている。

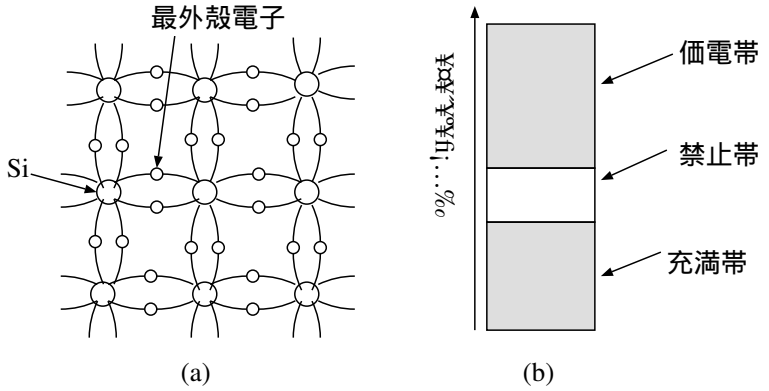

図 2.1: シリコン結晶の摸式図とエネルギー準位 (低温のとき)。(a) 4 価の元素であるシリコンの最外殻電子が、すべて結合に参加している図 (b) そのときの、電子のエネルギー準位図。

2.1.2 p 型半導体、n 型半導体

シリコンの結晶中に 3 価の元素や 5 価の元素が不純物として、注入されて作られているのが、p 型や n 型半導体である。

4 価の元素であるシリコンの結晶中に、ホウ素などの 3 価の元素を注入すると、結晶中の結合の「手」が 1 本足りなくなる。これが、正孔として振る舞うことになる (図 2.3(a))。このときの不純物を「アクセプター」

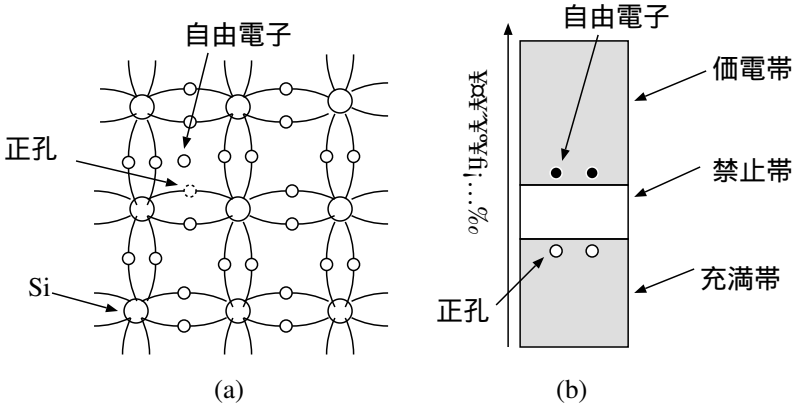

図 2.2: シリコン結晶の摸式図とエネルギー準位図 (外からエネルギーが与えられたとき)。(a) 電子と正孔の対ができる。(b) そのときのエネルギー準位図。

と言う。

アクセプターによって禁止帯の中に、許される電子のエネルギー準位ができる。この準位と充満帯の間のエネルギーは、シリコンで約 $0.05\mathrm{eV}$ であり、普通の温度では充満帯にある電子がこの準位に遷移することができる (図 $2.3(\mathrm{b})$)。そのため自由な正孔が存在することになる。これが「 p 型半導体 」である。

一方、シリコン結晶中に 5 価の元素の不純物を入れると、結合の「手」が 1 本余る (図 $2.4(\mathrm{a})$)。このときの不純物を「ドナー」と言い、3 価の元素のときと同様に、禁止帯に許される電子のエネルギー準位を作る。

この準位に余っている電子があり、普通の温度では容易に価電帯に遷移することができる。その結果、この電子が自由電子として振る舞うことができる。これが「 n 型半導体 」である。

一般的には不純物の濃度は、シリコンの密度が $10^{22}\mathrm{atoms/cm}^3$ のオーダーに対して $10^{13}\mathrm{atoms/cm}^3$のオーダーである。これに対して不純物の濃度が非常に大きく $10^{20}atoms/cm^3$のオーダーになる p 型や n 型半導体はそれぞれ特に'+' をつけて p^+型半導体、n^+型半導体と呼ばれる。

2.1.3 ダイオード型半導体検出器

現在、一般的に用いられてる半導体検出器は、ダイオード型半導体で、p 型半導体と n 型半導体を接合した構造をもつ (図 $2.5(\mathrm{a})$)。これを「 p-n

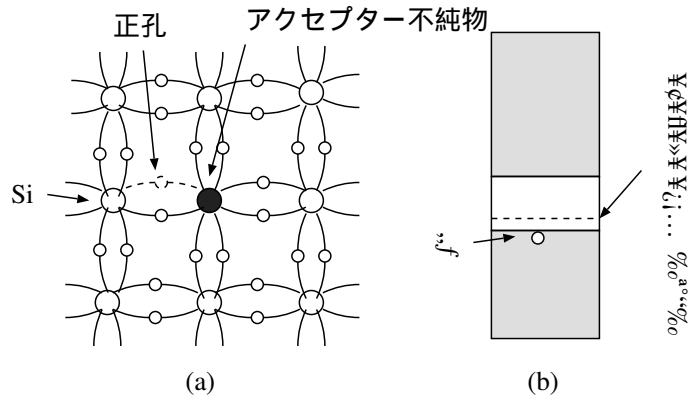

図 2.3: p 型半導体の結晶構造とエネルギー準位

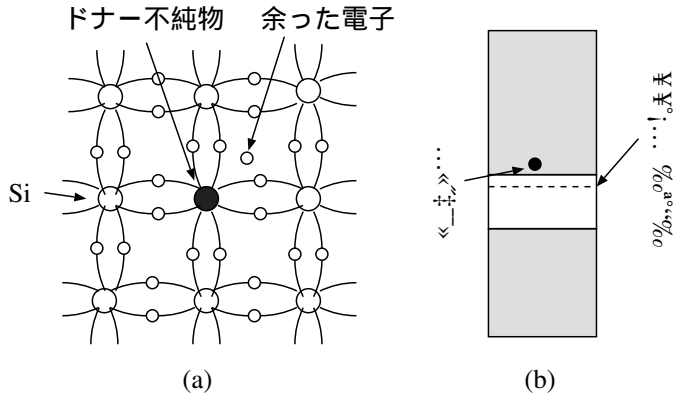

図 2.4: n 型半導体の結晶構造とエネルギー準位

接合」と言い、p 型半導体と n 型半導体の電子濃度と正孔濃度がことなるため、それぞれの領域の電子と正孔が他の領域に向かって拡散していく。

p-領域では拡散された電子が正孔と再結合し、n-領域では拡散された正孔が電子と再結合する。その結果、p 型半導は余分な負電荷を、n 型半導体は余分な正電荷を持つことになる。この電荷のために p-n 接合を横切る電場が形成され、電子と正孔の拡散は止まる。このときの電荷分布が図 2.5(c) であり、電場が (d) である。

最終的に、p-n 接合を横切る形で電位差が生じることになり、この電位差を「p-n 接合の接合電圧」と言う。この接合電圧のため、p 型半導と n 型半導体のエネルギーバンド構造は変化し、図 2.5(b) のようになる。V_0 が接合電圧であり、一般的に約 1V 程度である。

p-n 接合部分は、電荷が無く、電場が横切る形で生じていて、「空乏層領

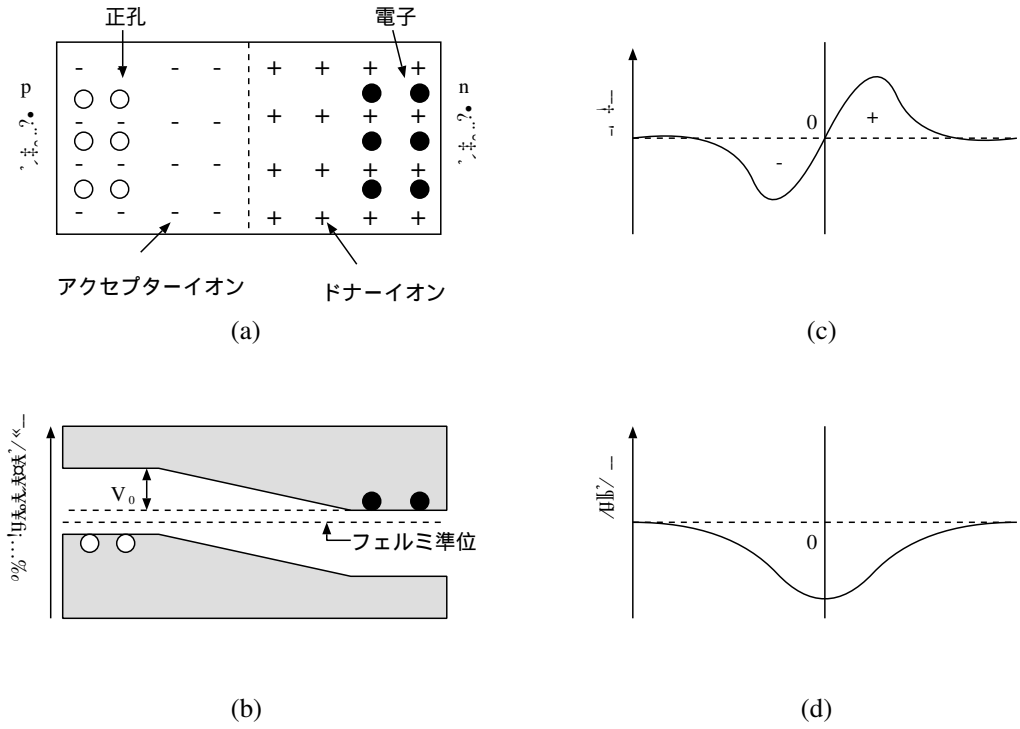

図 2.5: p-n 接合。(a)p-n 接合 (b)p-n 接合したときのエネルギー準位。V_0 が接合電位。(c) 電荷密度分布。横軸は位置を表し、原点は接合面を表している。(d) 電場の強さ。横軸は電荷密度分布と同じ

域」と呼ばれる。この領域に荷電粒子などが入射してきて、エネルギーを充満帯の電子に与えると、この電子は価電帯に遷移しその跡に正孔が

できる。この電子と正孔は空乏層領域には電荷が無いことから再結合せず、この領域の電場のために、p-、n-領域に引き寄せられる。一対の電子正孔対を作るのに必要なエネルギーはシリコンで約 3.6eV なので、この電荷を測定することによってどのくらいのエネルギーが空乏層領域に与えられたかが分かる。

2.1.4 逆バイアス電荷

p-n 接合による接合電圧は約 1V である。この電位差での電場では、作られた電子や正孔を高速で動かすことはできない。また、空乏層領域の厚さは非常に薄く、実用には向かない。さらに、p-n 接合で空乏層領域の外側に広がっている空乏化されていない領域がある。空乏層で作られた電子や正孔がこの領域の正孔や電子と再結合して、通過粒子の情報が失われるという問題がある。

これらの問題を解決するために「逆バイアス電圧」を印加する。逆バイアス電圧は n 側の電位を高くするようにかける電圧である (図 2.6(a))。p-n 接合の接合電圧と同じ向きに電場を作ることになり、自由な電子と正孔はそれぞれの電極に引かれる。その結果、空乏層領域の電場は強くなり、空乏層の厚みも厚くなる (図 2.6(b))。このことによってノイズを減らし、通過粒子の情報を得ることができる。

ここで、簡単に逆バイアス電圧を加えたときの p-n 接合の性質を考えてみる。

いま、p-n 接合された検出器の電荷分布が、理想的に図 2.7のようになっているとする。このときの電荷密度 $(\rho(x))$ は

$$\rho(x) = \begin{cases} eN_D & (0 < x < x_n) \\ -eN_A & (-x_p < x < 0) \end{cases} \tag{2.1}$$

と書ける。ただし、N_D、N_Aはそれぞれドナー、アクセプターの濃度である。検出器全体の電荷は 0 なので

$$N_A x_p = N_D x_n \tag{2.2}$$

である。検出器中の任意の点での電位φ はポアソン方程式

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon} = \begin{cases} -\dfrac{eN_D}{\varepsilon} & (0 < x < x_n) \\ \dfrac{eN_A}{\varepsilon} & (-x_p < x < 0) \end{cases} \tag{2.3}$$

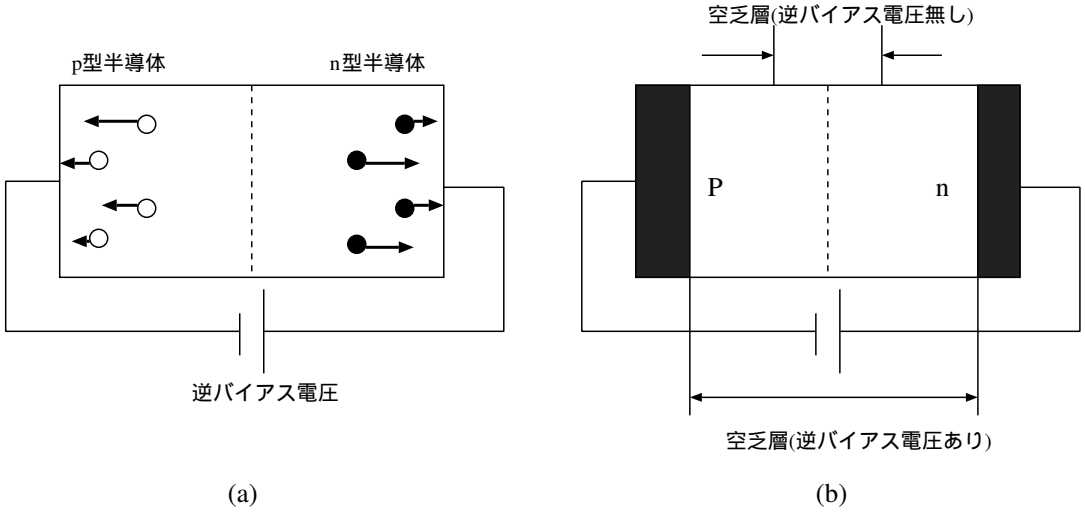

図 2.6: 逆バイアス電圧の印加。(a) 逆バイアス電圧のかけかた (b) 空乏層の広がり

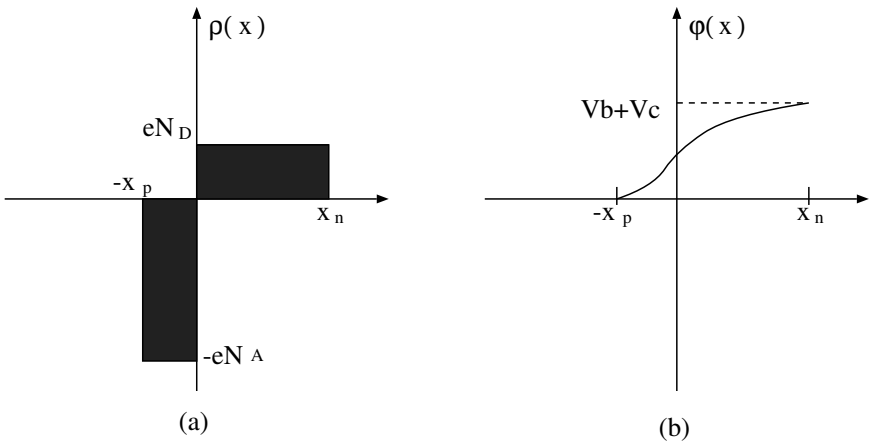

図 2.7: p-n 接合における電荷分布のモデル。(a) 理想的な電荷分布 (b) そのときの電位分布

に従う。ただし、εは誘電率である。この式を積分すると電場 E が得られるわけだが、電荷分布の両端 $(x = -x_p, x_n)$ で電場は 0 になるという境界条件を入れて

$$E(x) = -\frac{d\varphi}{dx} = \begin{cases} \dfrac{eN_D}{\varepsilon}(x - x_n) & (0 < x < x_n) \\ -\dfrac{eN_A}{\varepsilon}(x + x_p) & (-x_p < x < 0) \end{cases} \tag{2.4}$$

これが、図 $2.5(\mathrm{d})$ の定性的な説明になっている。

この電場の式をもう一度積分すると、電位分布$\varphi(x)$ が与えられる。境界条件として、p-n 接合の接合電圧を V_c、バイアス電圧を V_bとして

$$\varphi(-x_p) = 0, \varphi(x_n) = V_b + V_c \tag{2.5}$$

をとると、結局

$$\varphi(x) = \begin{cases} -\dfrac{eN_D}{2\varepsilon}(x - x_n)^2 + (V_b + V_c) & (0 < x < x_n) \\ \dfrac{eN_A}{2\varepsilon}(x + x_p)^2 & (-x_p < x < 0) \end{cases} \tag{2.6}$$

さらに、$x = 0$ での連続条件から

$$\varphi(x = 0)(-x_p < x < 0) = \varphi(x = 0)(0 < x < x_p) \tag{2.7}$$

が要求されるので、

$$V_b + V_c = \frac{e}{2\varphi}(N_D x_p^2 + N_A x_n^2) \tag{2.8}$$

となる。これと式 2.2から

$$x_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon(V_b + V_c)}{eN_D\left(1 + \dfrac{N_D}{N_A}\right)}} \quad , \quad x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon(V_b + V_c)}{eN_A\left(1 + \dfrac{N_A}{N_D}\right)}} \tag{2.9}$$

さらに、空乏層領域の厚み d は

$$d = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon(V_b + V_c)}{e}\left(\frac{1}{N_D} + \frac{1}{N_A}\right)} \tag{2.10}$$

となる。

通常逆バイアス電圧は接合電圧よりも数十倍以上高いため、この式か

ら分かるように、空乏層領域の厚さは逆バイアス電圧の平方根に比例していると言える。

また、ドナー濃度とアクセプター濃度が著しく違う p-n 接合の場合、例として、$N_D \ll N_A$を考えると、式 2.2や式 2.9 、式 2.10から以下を得る。

$$x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon(V_b + V_c)N_D}{eN_A^2}} \ll x_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon(V_b + V_c)}{eN_D}} \simeq d \tag{2.11}$$

つまり、p^+-n 接合タイプのダイオード型半導体検出器では空乏層は n 側に発達することを表している。このとき、n 型半導体の比抵抗

$$\rho_n = \frac{1}{e\mu N_D} \tag{2.12}$$

を使って空乏層領域の厚み d を書き直すと (ただし、μは電子の易動度)

$$d = \sqrt{2\varepsilon(V_b + V_c)\mu\rho_n} \tag{2.13}$$

となる。これから、同じ逆バイアス電圧で大きな空乏層領域を得るためには、大きな比抵抗を持つ物質が望ましいことが分かる。ちなみに、KEK B-factory で用いられる高抵抗 n 型シリコン半導体の比抵抗は $4\mathrm{k}\Omega\mathrm{cm}$ である。

2.2 シリコンマイクロストリップ検出器

2.2.1 シリコンマイクロストリップ検出器の構造

半導体検出器を用いた検出器の一つに「シリコンマイクロストリップ検出器」がある。これは、半導体技術を応用して、従来のワイヤーチェンバーでは達成できなかった分解能を得ることのできる検出器である。図 2.8に基本的な構造を示す。

n 型シリコン基板の上に、細長いストリップ状の p^+型シリコンがあり、この一つ一つがダイオード型半導体検出器になっている。反対側には n^+型シリコンがあり、p^+型ストリップと n^+型シリコンの間に逆バイアス電圧をかける。すると、前節で述べたように空乏層が p^+型ストリップと n 型シリコン基板の境界から、基板の方へ向かって発達し、n^+型シリコンとの境付近まで行く。このときに、空乏層領域の電気抵抗が非常

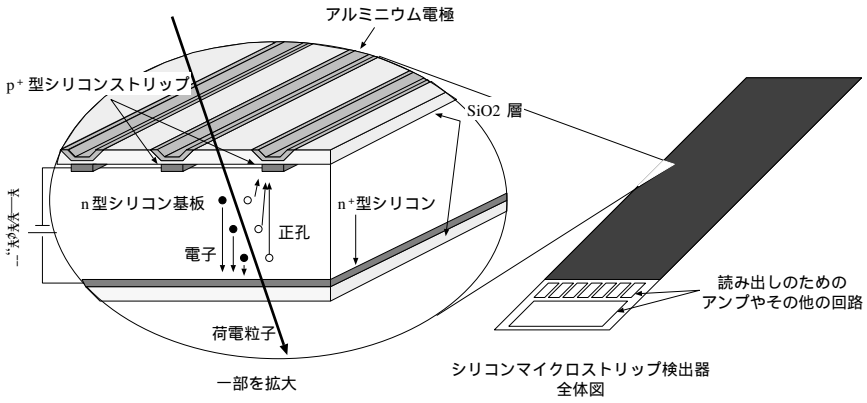

図 2.8: シリコンマイクロストリップ検出器の基本的な構造

に高いため、隣り合うストリップからの空乏層がつながった時点で、それらのストリップは電気的に分離される。つまり、非常に細いダイオード型検出器が連続して並んでいる状態になる。

このストリップが形成されたシリコン基板の表面には $\mathrm{SiO2}$ の層があり、信号を読み出すストリップ上にはアルミニウムの電極が張られている。この電極とストリップは容量的に結合していて、粒子の通過したときに、ストリップに集められた電荷を電極で読み出すことができる。

基本的には、この電荷がどの電極から出てくるかを見れば、粒子の通過位置を知ることができる。シリコンマイクロストリップの大きな特徴としては、半導体技術の応用によりストリップの間隔を $25\mu\mathrm{m}$ にまでできることで、これが高い分解能につながっている。

2.2.2 両面シリコンマイクロストリップ検出器

前節では p^{+}型ストリップが張ってある、シリコンマイクロストリップ検出器について述べた。基本的には、この検出器で 1 次元の情報を得られることになるので、2 台の検出器をストリップが直交するように並べれば 2 次元の情報を得ることができる。

ところが、後で述べるように検出器の物質のため荷電粒子が「多重散乱」を受け、崩壊点分解能を悪くしてしまうという問題がある。これを避けるため様々な工夫が必要となるが、その一つに 1 台の検出器で 2 次元の情報を得るということがある。

これは p^{+}ストリップに直交するように、n^{+}型シリコンの側もストリップ状にしてしまうということである (図 2.9)。n^{+}ストリップに集まる正孔

の電荷の情報を使えば、p^+ストリップの情報と会わせて 2 次元の座標を測ることができる。

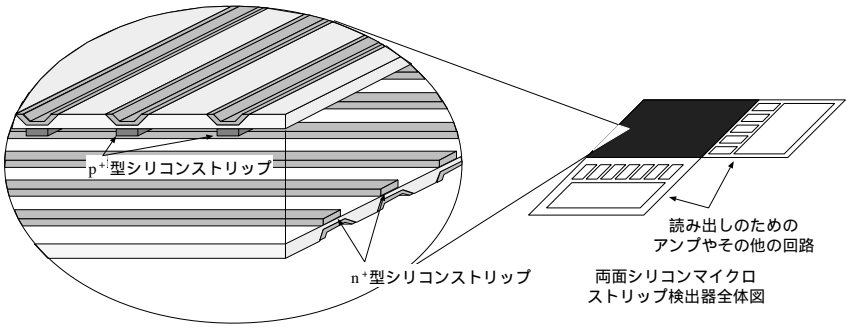

図 2.9: 両面シリコン検出器の構造図。n^+型半導体の部分をストリップ状にすることで 2 次元の情報が得られる。

2.2.3 二重金属層

さらに、物質量を減らす工夫として、両面検出器の直交するトリップの読み出しを同一方向にすることが考えられている。これは読み出しのための回路が、粒子の検出器を通過する領域 (これをアクセプタンスと言う) に入ることを避けるためである。

図 2.10にその摸式図を示す。読み出す方向をストリップと垂直にしたい面では、検出器表面にさらに SiO_2かポリイミドの絶縁層を作り、その上に読み出し用の電極をストリップと垂直に張る。このように絶縁層をはさんでアルミニウム電極が張られていることから、これを二重金属層 (DML:Double Metal Layer) と言う。この 2 つのアルミニウム電極を接触させることにより、読み出し方向を一方向にすることができる。

検出器の幅をストリップ間隔で割ることによって、検出器上でどれだけの読み出しのための電極が張れるかが分かる。しかし、検出器の形によってはさらなる工夫が必要になる。それは、長方形状の形をした検出器で、辺の長い方向へ垂直方向に並ぶストリップ間隔が狭いことが要求され、かつ、読み出し方向がその長い方向へ要求される場合である。つまり、検出器の幅によって決定される読み出し電極の総本数よりも、読み出されるべきストリップの数が多くなる場合である (図 2.11)。

このときは、DML の読み出し用の 2 層目の電極が、何ヶ所かでストリップに張られている 1 層目の電極と接続することによって、読み出し

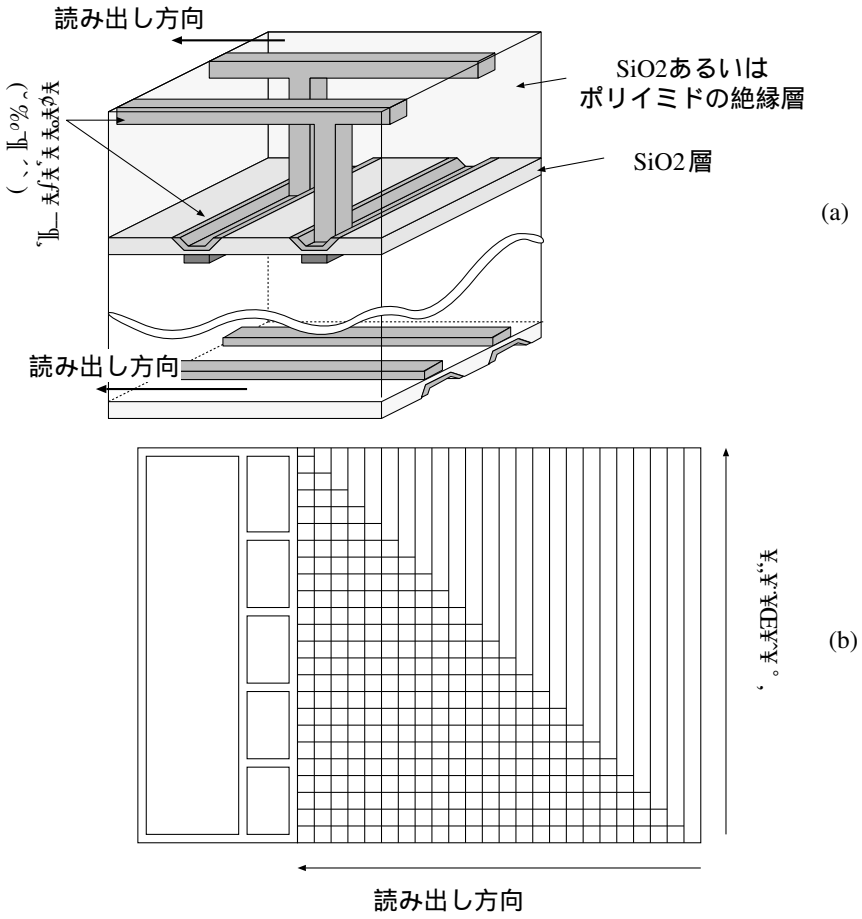

図 2.10: 二重金属層 (DML) の摸式図。(a) 絶縁層をはさんで 2 つのアルミニウム電極があり、読み出し方向を垂直に変える。(b) 検出器全体の電極の様子

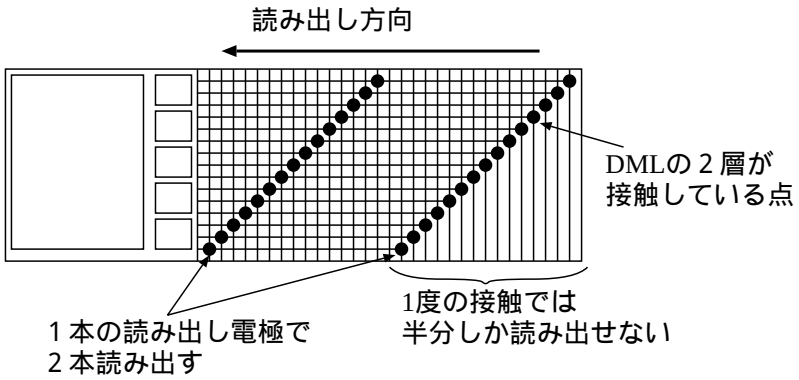

図 2.11: ギャンギングが必要な検出器。長い検出器は読み出し電極の本数よりも、読み出されるストリップの数が多くなる場合がある。そのときは何本かまとめて、読み出し電極と接続される。

を確保する。これを「ギャンギング」と言う。ギャンギングの回数は、読み出されるストリップの本数と読み出し電極の比によって決まる。

次章では、ここまで述べてきたシリコンマイクロストリップ検出器の解説を踏まえて、今回行なったシステム構成の研究における様々な条件、目的について述べる。

第 3 章

デザインにおける要請

3.1 KEK B-factory におけるバーテックス検出器の特徴

序章でも述べたように、KEK B-factory 計画の大きな目的のひとつにＢ中間子系でのＣＰ非保存の観測がある。この観測において、非常に高い位置分解能をもった飛跡検出器が決め手となる。そのためにバーテックス検出器が導入される。

この実験におけるバーテックス検出器には様々な要請がある。

その一つに、まず、要求される崩壊点分解能はΔ z にして 95μm 以下である。これは序論で述べたようにＣＰ非保存の検証に必要な値である。また、大きな特徴として、アクセプタンスが $17°<\theta<150°$ (θ :電子ビームの方向を $0°$ としてそこからの角度) の領域をカバーするということが挙げられる。このため、 バーテックス検出器を構成するシリコンマイクロストリップ検出器は必然的にビーム方向に長くなる。さらに、KEK B-factory では崩壊して出てくる粒子のエネルギーが小さいので、このアクセプタンス範囲内の物質量をできるだけ減らしたいということがある。そのため、読み出しのための回路をアクセプタンスの外に置き、信号はビーム軸に沿った両側の方向へ読み出される。この目的からＤＭＬが用いられる。

さらに、実験時において多くの偽の事象、つまりバックグラウンドが生じると考えられている。これは、電子や陽電子のビームがビームパイプ内の残留ガスと反応して粒子を発生したり、軌道がそれてバックグラウンドを発生させたり、また宇宙線によるもの等がある (図 3.1)。そこで、

これらの事象を観測から外すために、真の事象をデータ収集の早い段階に弁別する「トリガー」が必要となる。この トリガー信号を発生する検出器はいくつか用意されるが、バーテックス検出器もその一つである。そのため、トリガーの論理回路が、組み易いような構造が求められる。

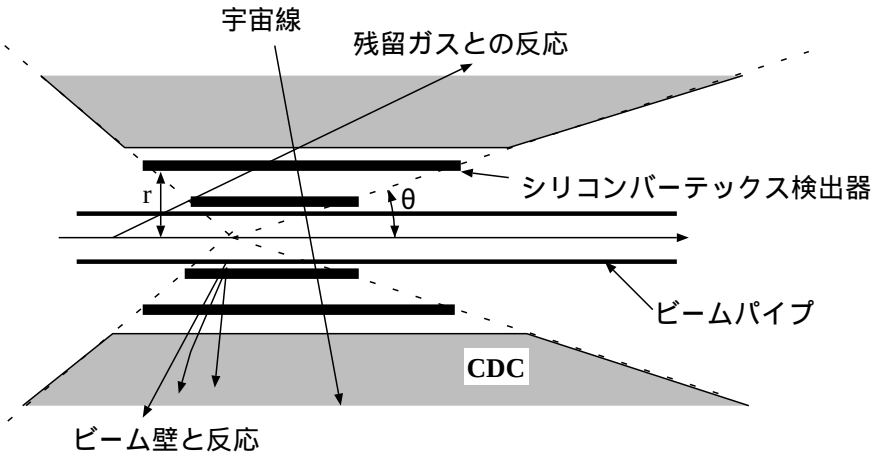

図 3.1: 実験時のバックグラウンド

もうひとつ、絶対的な条件がある。それは、バーテックス検出器の配置が許される領域である。この検出器の外側には、運動量などを測るためのワイヤーチェンバーであるＣＤＣが配置されている。また、内側にはビームパイプがある。結局、自然にこの検出器の配置できる空間が決定されて、それはビーム軸からの距離ｒで $2.3<\mathrm{r}<8.4$ cm である。

以上の条件をまとめると表 3.1になる。

表 3.1: KEK B-factory におけるシリコンバーテックス検出器の特徴

崩壊点分解能	$\sigma_{\Delta z} \leq 95\mu m$
アクセプタンス	$17° \leq \theta \leq 150°$
読みだし構造	DML を採用
配置空間	$2.2 \leq r \leq 8.4cm$
その他	トリガー信号を発生

3.2 シリコンマイクロストリップ検出器への要請

バーテックス検出器の特徴から、シリコンマイクロストリップ検出器への要請が出てくる。この節では今回のデザインで考慮した、要請について述べる。

3.2.1 構造上の条件

シリコンマイクロストリップ検出器の構造上の条件は、検出器の基本ユニットとなる、シリコン基板をどのようなウエハーから製造するかによる。

シリコン基板を切り出すウエハーは、直径 4 インチの円形が予定されている。そこから、シリコン基板の大きさの条件が決まる。最大の長さは当然 4 インチ以下になる。さらに、厚みは 300 μ m を予定している (図 3.2)。この大きさのシリコンマイクロストリップ検出器を繋ぎ合わせてアクセプタンスを覆うようなバーテックス検出器を作ることになる。

また、ウエハー上にストリップの構造をプロセスするためにマスクが必要である。コストの点からは、このマスクの種類が少ない方が有利である。そこで、できるだけ、バーテックス検出器に用いるシリコンマイクロストリップ検出器の種類を少なくすることが重要になる。

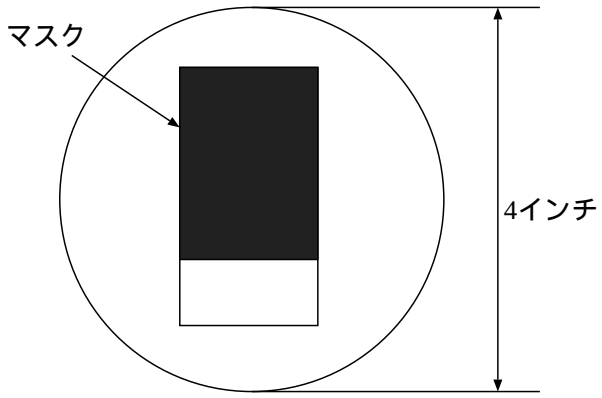

図 3.2: シリコン基板を切り出すウエハー。シリコン基板を切り出すウエハーは直径 4 インチである。この上にマスクでストリップのパターンをマスクで作る。厚みは 300μm である。

3.2.2 シリコンマイクロストリップ検出器の持つ様々な側面

バーテックス検出器への要請は、言い換えればシリコンマイクロストリップ検出器への要求である。 そこで、シリコンマイクロストリップ検出器の性能に関する様々な側面のうち、位置分解能に関する部分について述べる。崩壊から出てくる粒子の飛跡を正確に知るためには、非常に高い位置分解能が必要とされる。今回のデザインでは主に、この点に焦点を絞って考えた。

位置分解能

位置分解能は、シリコンマイクロストリップ検出器を荷電粒子が通過したときの粒子の通過位置の測定精度である。

このとき、粒子の通過位置をどのように定義するかが問題になる。これは、シリコンマイクロストリップ検出器から出てくる情報は、各ストリップの電荷情報であることから、この情報からどのようにして通過位置を割り出すかということである。

各ストリップからの電荷情報は、アナログデジタル変換器 (ＡＤＣ :Analogue to Digital Converter) を通してデジタル信号に変換される。図 3.3(a) に、シリコンマイクロストリップ検出器を荷電粒子が通過したときの典型的な事象例を示す。横軸は各ストリップの番号、縦軸は各ストリップのＡＤＣ値で、そのストリップに集められた電荷に相当する。粒子の通過したところは、電荷が生じるためＡＤＣの値が大きくなっている。他の小さな領域は雑音、すなわちノイズである。

このＡＤＣ分布から粒子の通過位置を割り出すわけだが、粒子の情報は、クラスターと呼ばれる領域の中に入っていると考えられる。クラスターとは、ある閾値を連続して越えるようなＡＤＣ値を持つストリップ群である。例えば、2 本連続して、ある閾値を越えるストリップから、2 本連続して越えないストリップまでをクラスターとする (図 3.3(b))。

このクラスターからの粒子の通過位置の割り出しは、以下のような方法が考えられる。

1. デジタルな方法 (DC 法:Digital Centroid method)
2. 荷電重心を取る方法 (AC 法:Analogue Centroid method)

1. デジタルな方法
これは、クラスターの両端の情報を使う方法である。図 3.4にその考え方

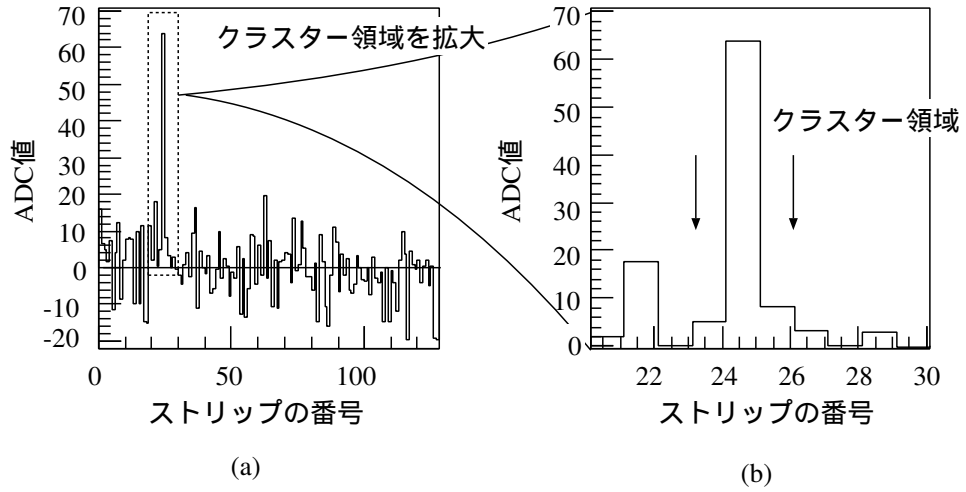

図 3.3: シリコンマイクロストリップ検出器を荷電粒子が通過したときのＡＤＣ分布。横軸はストリップ番号を表し、縦軸は各ストリップからの電荷量を表す。(a) 検出器全体のＡＤＣ分布 (b) クラスター領域のＡＤＣ分布

を示す。

最も単純には、クラスターの両端のストリップの中点を通過位置とする。この方法だと、位置分解能はクラスターの両端の形に依存することになる。つまり、ストリップの間隔によって、分解能が決まる。この場合の位置分解能σ_{space}は、ストリップ間隔を P とすると

$$\sigma_{space} = \frac{P}{\sqrt{12}} \tag{3.1}$$

となる。この式は、単純にストリップ間隔の間で、一定の確率で平坦に位置の分布があるときの分散を計算すれば出る。

もう少し高度な方法として、クラスター両端のＡＤＣ値の情報を使う方法がある。この方法は、クラスターの両端には、電荷が粒子の通過した位置からの距離の関数にしたがって配分されると考える方法である。この方法は、単純に中点を取る方法よりも、位置分解能は高くなると考えられる。

2. 荷電重心を取る方法

さらに、ＡＤＣ値の情報を使う方法として荷電重心を取る方法がある。これは、クラスター内のすべてのストリップのＡＤＣ値の情報を使う方法である。

いま、クラスター内の各ストリップの位置を x_i、ＡＤＣ値 (=電荷量)

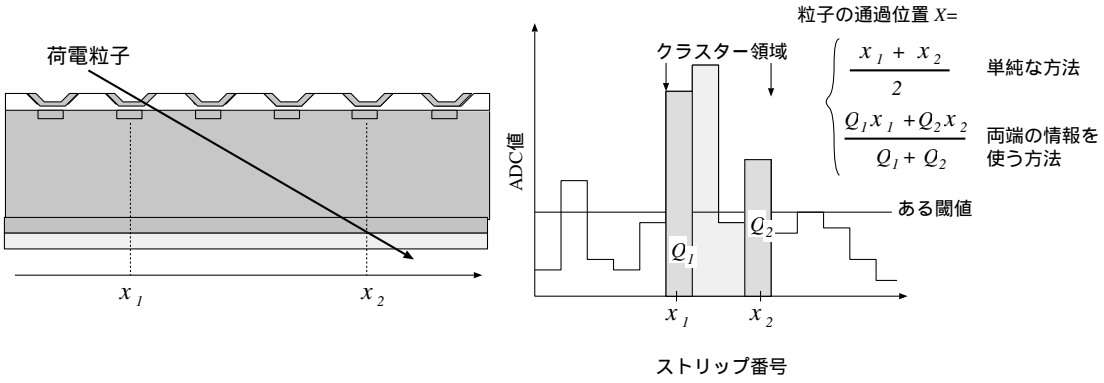

図 3.4: デジタルな方法での通過位置の決定。単純には、クラスターの両端のストリップの中点を通過位置とする。もう少し工夫すると、両端のＡＤＣ情報も使う。

を Q_iとするとき、通過位置 Xを次式で定義する (図 3.5)。

$$X \equiv \frac{\sum_i Q_i x_i}{\sum_i Q_i} \tag{3.2}$$

この方法の位置分解能は、ストリップ間の電荷の分配の相関に大きく左右される。例えば、理想的な検出器の場合、図 3.6(a) のように検出器に対して垂直に荷電粒子が入射したときに、各ストリップに分配される電荷量は、左側のストリップに分配される電荷量を Q_{left}、右に分配される量を Q_{right}として

$$Q_{div} \equiv \frac{Q_{left}}{Q_{left} + Q_{right}} \tag{3.3}$$

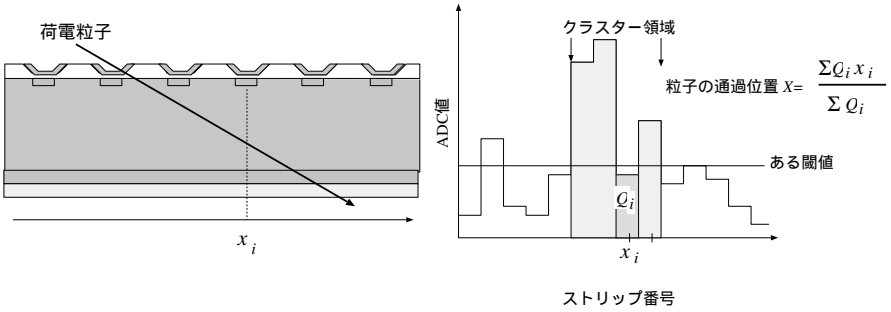

図 3.5: 電荷重心法での粒子の通過位置の定義。各ストリップの情報を使い、電荷量で荷重平均を取る

を考えると、図 3.6(b) のようになる。この、分布を予め知っていれば、粒子の位置は正確に決まる。ところが、実際には検出器のノイズのために図中の点線の領域の幅を生じるので、位置分解能が悪くなると考えられる。

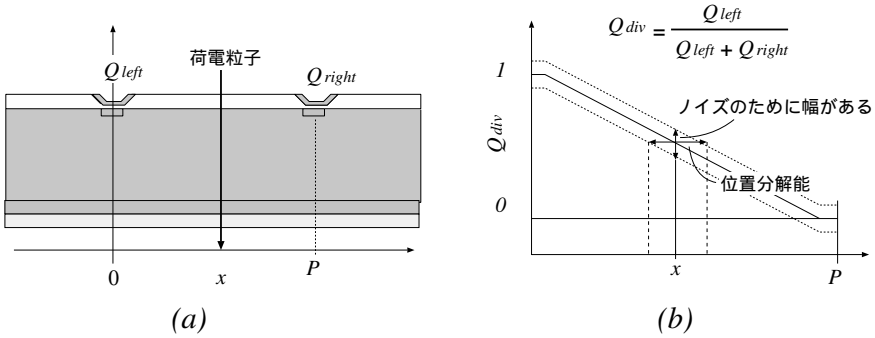

図 3.6: 検出器に垂直に荷電粒子が入射したときの電荷分配

一般に荷電重心を取る方法が、最も位置分解能が高くなる。しかし、クラスターを見つけるときや電荷分配の分布から特に、ノイズの影響が非常に大きい。したがって、シリコンマイクロストリップ検出器のノイズをできるだけ小さくすることが重要になる。

ノイズ

300 μ m の厚みのシリコンマイクロストリップ検出器を、充分なエネルギーをもった荷電粒子が通過するときに、検出器に与えられるエネルギーは約 80keV である。そのときに、生じる電子正孔対は約 22000 個である。これは、１対の電子正孔対を作るエネルギーが 3.6eV であることから分かる。この電子と正孔がストリップに集められて信号、すなわちシグナルになる。

このシグナルに対して、ノイズが生じる。ノイズによる電子や正孔の数は ENC(Equivalent Noise Charge) と呼ばれ、検出器の静電容量の関数になっている。関数の形は、特に検出器の容量だけに注目すると

$$ENC = A + B \times C_d \quad (\text{電子数}) \tag{3.4}$$

の形になっている。ここで、ＡとＢは読み出し回路のアンプなどの特性によって決まっている数であり、C_dが検出器の容量である。ノイズを減

らすためには、検出器の静電容量をできるだけ減らす工夫が必要になる。

また、シグナルとノイズの比は S/N 比と言われ、シグナルとノイズの相対的な量を表している。ノイズを減らすということはこの S/N 比を高くすることである。S/N 比の定性的な式は、検出器の静電容量 C_dを使って

$$S/N比 = \frac{F \times 22000}{A + B \times C_d} \tag{3.5}$$

となる。ここで、F は発生した電荷の収集率である。

以上のシリコンマイクロストリップ検出器に要求される条件を表 3.2 にまとめる。

表 3.2: シリコンマイクロストリップ検出器に要求される条件

構造	4 インチ径のウエハーから切り出せること 300 μ m 厚み ストリップ構造の種類をできれば少なくする
性能	高い位置分解能 高い S/N 比のための小さな静電容量

第 4 章

要求を満たすためのデザインの考え方

前節まで、シリコンバーテックス検出器および、それを構成するシリコンマイクロストリップ検出器への要請を述べた。この節では、それらの、要請を満たすために考察した事柄について述べる。

4.1 静電容量

S/N 比を高く、すなわち S/N を良くするためには、検出器の静電容量ができるだけ小さい方が良いが、そこにはさまざまな要素がある。

検出器の静電容量は、図 4.1に表されるようなコンデンサーのネットワークから成ると考えられる。詳しくは AppendixBで述べるが、基本的にシリコンマイクロストリップ検出器の静電容量は

- 検出器の長さとともに増加
- ギャンギングの回数とともに増加
- DML 構造を採用するとき、1 層目のストリップの本数とともに増加
- ストリップ間隔が狭くなるとともに増加

のような振る舞いをする。

これらの性質から、シリコンマイクロストリップ検出器の静電容量を小さくするためには以下のことを考えればよい。

1. 検出器の長さを小さくする

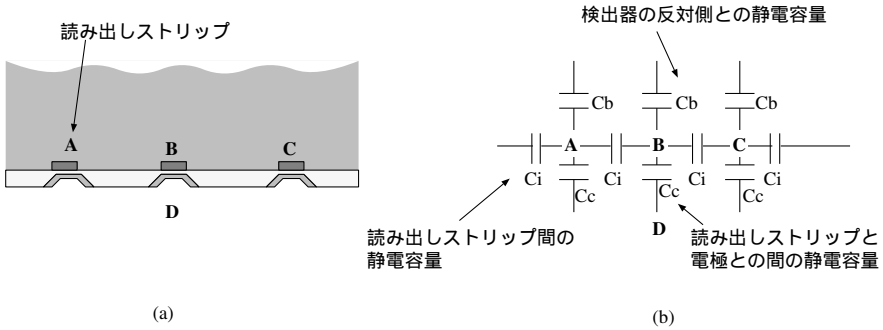

図 4.1: コンデンサー・ネットワークを表すひとつのモデル。(a) 検出器の一部。(b) このときのネットワークモデル。((a)(b) で対応する個所にアルファベットが打ってある。)

2. ストリップ間隔を広くする

この 2 つを同時にすることによって、DML の 1 層目にあたるストリップの本数を減らすことができ、また、そのためギャンギングの回数も減らすことができる。

ところが、位置分解能は、ストリップ間隔を広くすると一般に悪くなる。そのため、ストリップ間隔を広げたときの、位置分解能がどのようになるかを知る必要がある。

4.2 多重散乱

ストリップ間隔をどこまで広げられるかを考えるときに、目安となるのが「多重散乱」による粒子通過点の広がりがある。

多重散乱とは、荷電粒子が物質を通過するときに、その物質と相互作用を起こして入射方向とは違う方向に出ていくことである (図 4.2)。このときの散乱角θ_0は、以下の式で与えられる天頂角の分散を持った円錐状のガウス分布する。

$$\theta_0 = \frac{13.6MeV}{\beta cp}\sqrt{\frac{x}{X_0}}\left[1+0.038\ln\frac{x}{X_0}\right] \tag{4.1}$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

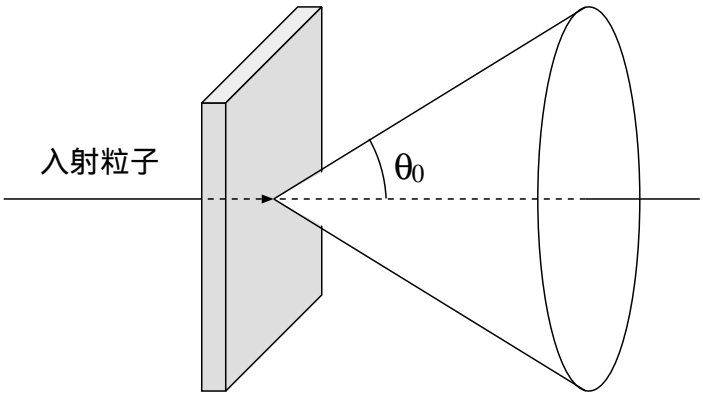

図 4.2: 多重散乱。入射粒子は物質と相互作用をおこして、ある確率にしたがって別の方向に出ていく

v : 入射粒子の速さ
c : 光速
p : 入射粒子の運動量
x : 物質の厚み
X_0 : 物質の放射長

このため、荷電粒子が検出器に入る前に検出器の前面に物質があると、この多重散乱のために粒子の通過位置は、もともとある幅を持ったガウス分布に従う不確定要素を持っている。

実験上の性格から、シリコンバーテックス検出器の内側には必ずビームパイプがある。また、シリコンマイクロストリップ検出器は最低 2 層以上必要であり、内側の層の物質量は避けることができない。検出器の内側に物質があるとき、検出器上での多重散乱による広がりσ_{mul}は、物質から検出器までの距離を l、多重散乱による散乱角の広がりの分散をθ_0とすると以下のようになる (図 4.3)。

$$\sigma_{mul} = l\frac{\theta_0}{\sin\theta} \tag{4.2}$$

この多重散乱による広がりσ_{mul}よりも、遥かに小さい位置分解能σ_{space}をもつマイクロストリップ検出器を使うことは、意味をなさない。このため、崩壊点から検出器までの距離、その間にある物質を考慮して最適化を行なう必要がある。

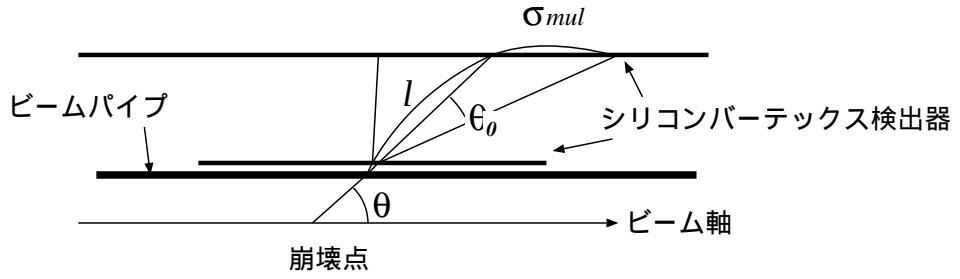

図 4.3: 避けることのできないバーテックス検出器内側の物質。崩壊点から出る荷電粒子はビームパイプや、内側の層のシリコンマイクロストリップ検出器で多重散乱を受け σ_{mul}だけの入射位置の不確定が生じる。実際には検出器上のガウス分布は、左右非対称になるが、θ_0が非常に小さいので無視できる。

4.3 シリコンマイクロストリップ検出器の配置

多重散乱による拡がりは、崩壊点からシリコンマイクロストリップ検出器までの距離に比例する。したがって、シリコンマイクロストリップ検出器の配置を吟味しなければならない。

簡単のために図 4.4のようなモデルを考える。崩壊点を原点とし、検

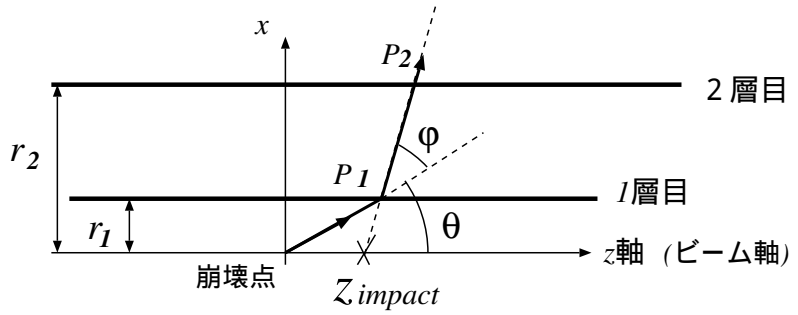

図 4.4: インパクトパラメータを計算するモデル

出器に垂直な線を y 軸、ビーム軸を z 軸にとる。ただし、崩壊点はビーム軸に非常に近いとし、近似的にビーム軸上に取る[1]。ビームパイプとシリコンバーテックス検出器の 1 層目が非常に近いとし、$x=r_1$ の位置に、

[1]重要なのはＢ中間子の崩壊点であり、$\Upsilon(4S)$ から崩壊してできるＢ中間子は非常に小さな横運動量しか持たないため

2 層目は x=r_2の位置にあるとする。崩壊粒子は最初 z 軸からθの角度で放出され、1 層目で z=P_1の位置を通過するとする。さらに、1 層目で多重散乱を受け、方向がφ だけ変わって 2 層目の z=P_2の位置に入射するとする。これらの点は検出器で測定されるために、測定誤差δ_1、δ_2を含む。

測定された点から、崩壊点を z 軸上に再構成すると (ここではこれをインパクトパラメータと呼ぶ)

$$\begin{aligned} z_{impact} &= \frac{r_2}{r_2-r_1}P_1 - \frac{r_1}{r_2-r_1}P_2 \\ &= \frac{r_2}{r_2-r_1}(r_1\cot\theta+\delta_1) - \frac{r_1}{r_2-r_1}(r_1\cot\theta+(r_2-r_1)\cot(\theta+\varphi)+\delta_2) \\ &= \frac{r_2}{r_2-r_1}(r_1\cot\theta+\delta_1) - \frac{r_1}{r_2-r_1}(r_2\cot\theta+\delta_2) - r_1\frac{\varphi}{\sin^2\theta} \end{aligned} \tag{4.3}$$

また、最後のステップでは多重散乱による散乱角は非常に小さい ($\sim 10^{-2\sim3}$ ラジアン) ことを使った。

この式から崩壊点の分解能の z 成分が分かる。両辺の分散を考えると

$$\begin{aligned} \sigma_z^2 &= \left(\frac{r_2}{r_2-r_1}\right)^2\sigma^2(r_1\cot\theta+\delta_1) + \left(\frac{r_1}{r_2-r_1}\right)^2\sigma^2(r_2\cot\theta+\delta_2) + \left(\frac{r_1^2}{\sin^2\theta}\right)^2\sigma^2(\varphi) \\ &= \left(\frac{r_2\sigma_{space1}}{r_2-r_1}\right)^2 + \left(\frac{r_1\sigma_{space2}}{r_2-r_1}\right)^2 + \left(\frac{r_1\Delta\varphi}{\sin^2\theta}\right)^2 \end{aligned} \tag{4.4}$$

ただし、$\sigma_{space1}(=\sigma(\delta_1))$、$\sigma_{space2}(=\sigma(\delta_2))$ は 1 層目と 2 層目での位置分解能で、$\Delta\varphi$ は式 4.1 で決まる値である。

この式から以下のことが結論付けられる。

- 崩壊点分解能の多重散乱に関する影響は 2 層目の位置には依存しない
- 多重散乱の影響を小さくするためには、内側の検出器をできるだけビーム軸に近付ける
- シリコンマイクロストリップ検出器の位置分解能の影響は、ビーム軸からの距離の関数になっている
- 位置分解能の影響を小さくするためには、検出器をビーム軸から離した方が良い

つまり、崩壊点分解能を上げるための配置は、2 つの相反する方向になってしまう。また、前節で述べた検出器の長さを短くするためには、アク

セプタンスの都合上、検出器をビーム軸に近付けなければならない。

結局、崩壊点分解能を良くするための検出器の配置は、シリコンマイクロ検出器の位置分解能と多重散乱の相対的な大きさによって決まることになり、前節と同様にシリコンマイクロストリップ検出器の位置分解能の大きさを知ることが重要になる。

以上のデザインの考え方を表 4.1にまとめる。

表 4.1: デザインするときの考え方

静電容量	・検出器の長さを短くする (検出器をビーム軸に近付ける) ・ストリップ間隔を広げる
検出器の配置	・多重散乱の影響を少なくするには 検出器をビーム軸に近付ける ・位置分解能の影響を少なくするためには 検出器をビーム軸から離す
共通の結論	シリコンマイクロストリップ検出器の 位置分解能を知らなければならない

第 5 章

デザインの決定

前章では、デザインするにあたっての考え方を述べた。この章では、広間隔のストリップにおける位置分解能を求めるためのシミュレーションの結果、その結果を踏まえて今回考えたデザインについて述べる。

5.1 広間隔のストリップの位置分解能

前章において、デザインを考えるために、シリコンマイクロストリップ検出器の位置分解能を知ることが要求されることを述べた。さらに、ノイズを減らすために検出器の静電容量を減らすことが要求され、ストリップの間隔を広くしたいことも述べた。

そこで、広間隔のシリコンマイクロストリップ検出器の位置分解能の情報が必要になる。ところが、広間隔のストリップにおける位置分解能のデータは未だほとんどない。そこで、今回はシミュレーションによって位置分解能を求めた。

5.1.1 シミュレーションにおける設定

シミュレーションにあたって、以下のような設定をした

- 空乏層の電場は一様であるとする。
- 荷電粒子の通過によって生じる電荷を、簡単な電荷分散のモデルに従って各ストリップに分配する。

- 簡単なコンデンサーネットワークモデルに従って、各ストリップに集められた電荷を分配する。DML によるオーバーラップ静電容量は今回は考えない。

- ノイズは、S/N 比が 20 になるような ENC として与える。

詳しくは AppendixCを参照してほしいが、最後の S/N の設定は KEK B-factory でのシリコンマイクロストリップ検出器についての、達成されると考えられている値である。

位置分解能はシリコンマイクロストリップ検出器に対する入射角の関数として求めた。なぜなら、入射角が大きくなるにしたがって、入射粒子の飛跡に沿った電荷の分布が検出器の横方向に広くなり、このためクラスターの形が変わる影響が出るからである (図 5.1)。

また、粒子の入射位置の決定は AC 法を用い、入射位置との残差の分布をガウス分布でフィットし、その分散を位置分解能とした。図 5.2にある角度における典型的な分布を示す。

5.1.2 シミュレーションの結果

ストリップ間隔について 50∼250μm までシミュレーションを行なった。
図 5.3に結果を示す。

広間隔 (∼ 200μm) における分解能は、大角度入射に対して位置分解能がよくなっている。さらに、間隔が 100μm 以上のものについては、波状構造が見える。この興味ある結果は、以下のように説明できると考えられる。

最も重要なポイントは、電荷の分配にあると考えられる。図 5.4は 200 μ m 間隔におけるシミュレーションの結果である。前に説明したように、左右のストリップに集められる電荷の合計を分母として、左側の電荷の割合を入射位置の関数として表している。ただし、集められた電荷についてはノイズの 3 倍になるものだけを採っている。なぜなら、クラスターを探すときの閾値をノイズの 3 倍としているためである。

この図において重要な点は水平になっている「プラトー領域」と斜めのカーブになっている「スロープ領域」があることである。プラトー領域が現れるのは、電荷の分散する領域が有限なため、片方のストリップから一定以上離れた電荷はそのストリップに入らないためである。また、プラトー領域で 1 を越えたり 0 を下回っているのは、ノイズのために右

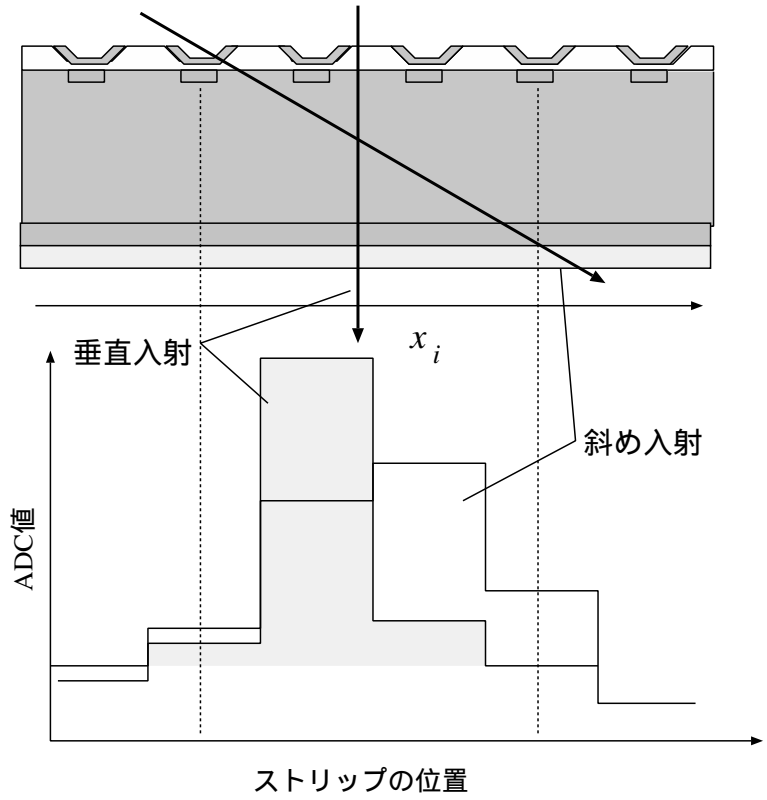

図 5.1: 斜め入射のときの検出器中の電荷。垂直入射と斜め入射の時のＡＤＣ分布を比べると、クラスターの形が異なる。このため、位置分解能も変化する。

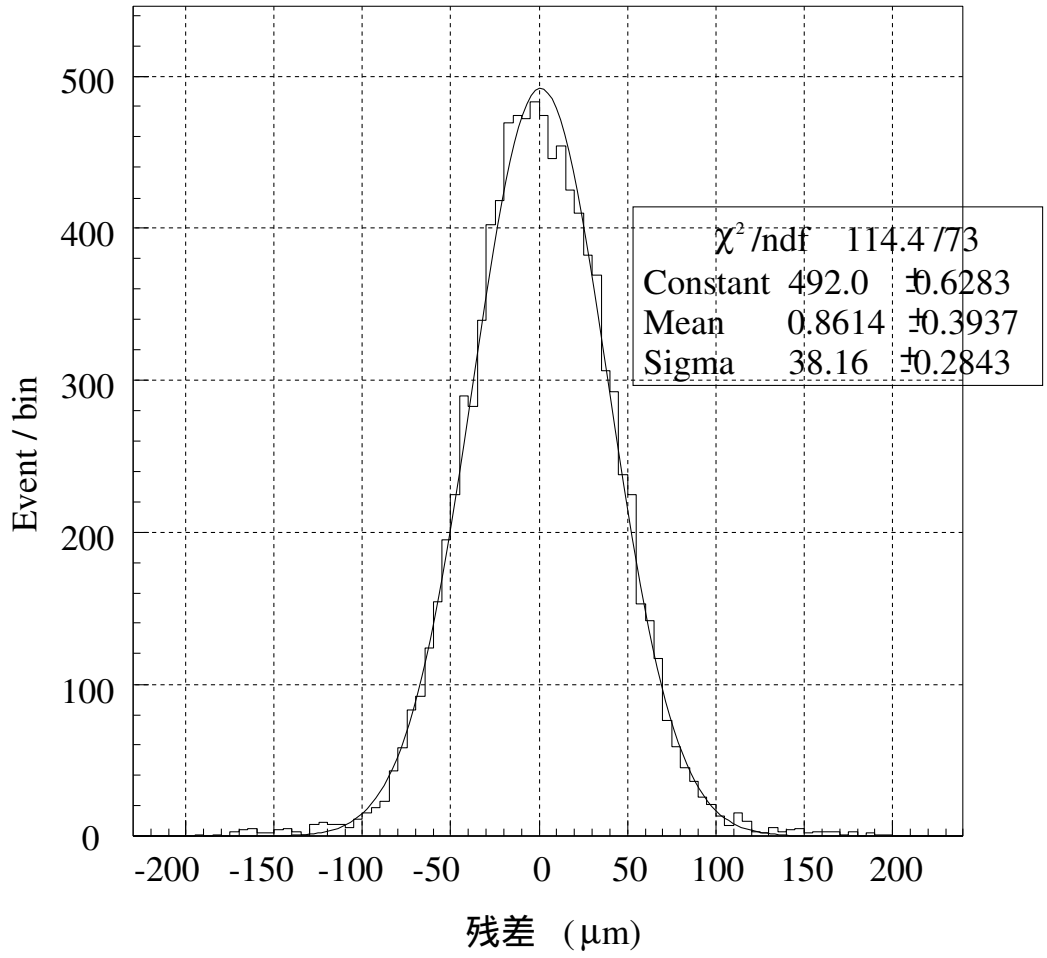

図 5.2: 位置分解能を求めるときの典型的な分布。横軸は AC 法で出した粒子の通過位置と荷電粒子の入射位置の残差で、適当に中心を平行移動させてある。縦軸はその残差における事象数。

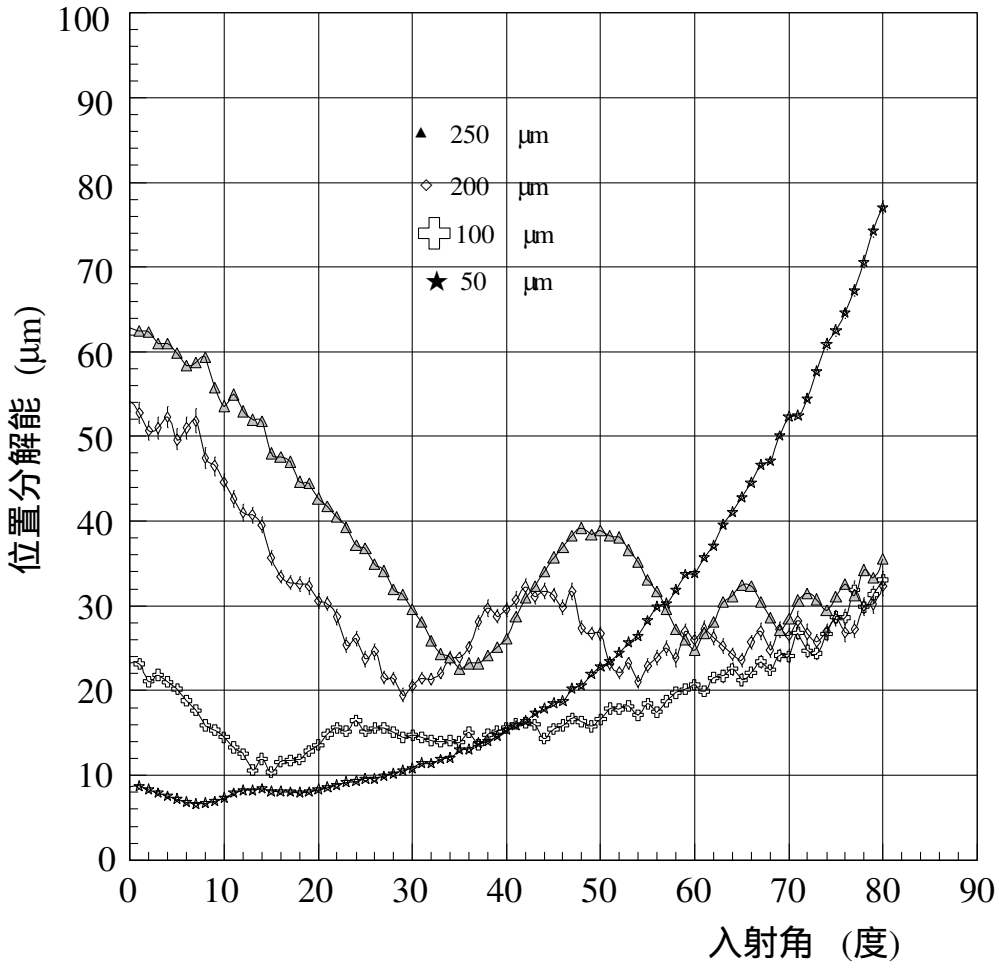

図 5.3: 様々なストリップ間隔についての位置分解能。入射粒子が検出器に垂直に入射するときの角度を 0 ° として入射角の関数として表してある。ストリップ間隔が広い ($\sim 200\mu$m) ときは、大角度入射に対して位置分解能は悪くならない。さらに、波状構造が見える。

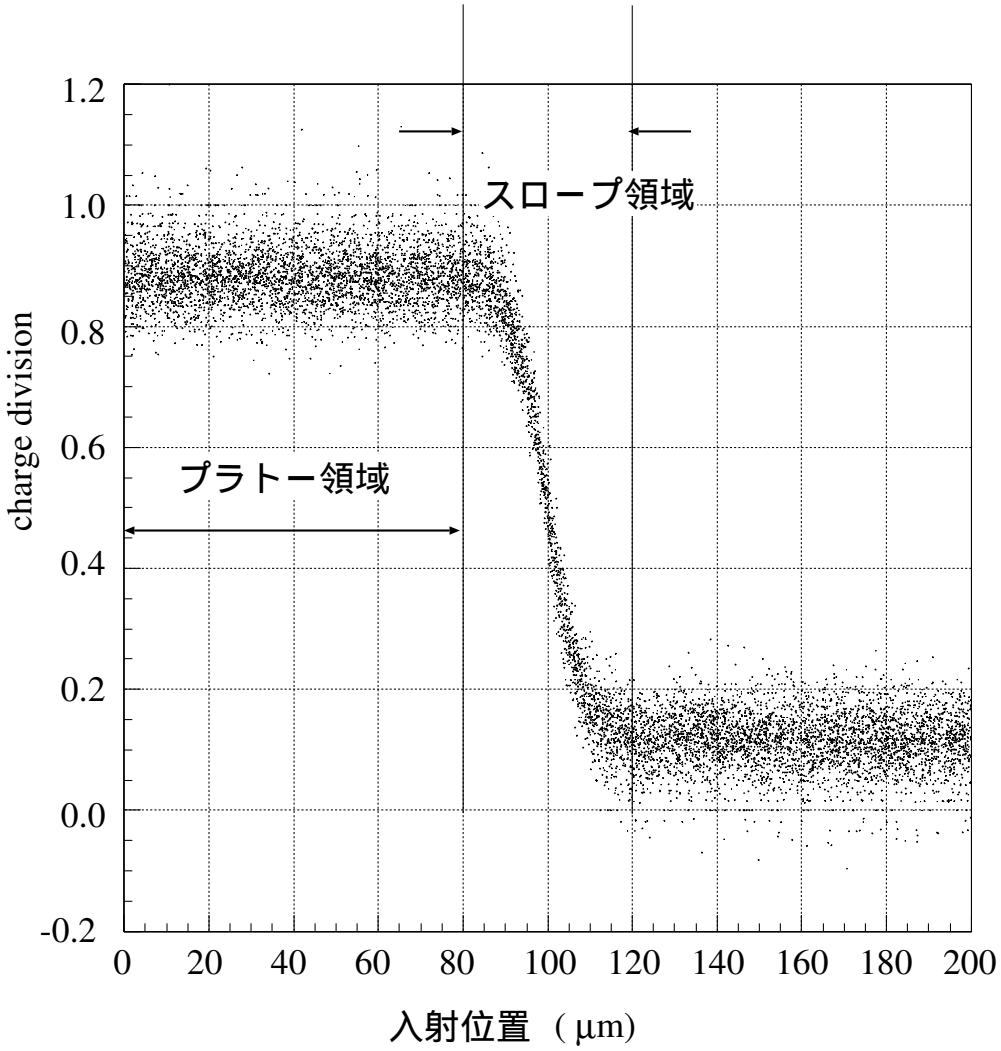

図 5.4: 200μm のストリップ間隔における電荷分配のシミュレーション

側のストリップの電荷が負の値をとるからである。

プラトー領域では AC 法で通過位置を求めても、DC 法でもとめるのと同じになり、位置分解能はストリップ間隔の$\sqrt{12}$分の 1 になる。ところが、スロープ領域では AC 法で通過位置を求めると位置分解能は、一般に DC 法よりもよくなる。このことについて、もう少し定式化して考える。

いま、クラスター内の各ストリップの座標を x_i、そのストリップに集まる電荷を Q_iとする。このとき AC 法での通過位置 X は式 3.2で述べたが、あらためて書くと

$$X = \frac{\sum Q_i x_i}{\sum Q_i} \equiv \frac{\sum Q_i x_i}{Q} \tag{5.1}$$

このとき、X の不確定性、すなわち位置分解能は以下のように書ける。

$$\begin{aligned}
(\delta X)^2 &= \sum_i \sum_j \frac{\partial^2}{\partial Q_i \partial Q_j} \left(\frac{\sum_k Q_k x_k}{\sum_k Q_k} \right)^2 \mathrm{cov}(Q_i, Q_j) \\
&= \sum_i \left(\frac{\partial}{\partial Q_i} \frac{\sum_k Q_k x_k}{\sum_k Q_k} \right)^2 (\delta Q_i)^2 \\
&= \sum_i \left[\frac{\sum_k Q_k (x_i - x_k)}{\left(\sum_k Q_k\right)^2} \right]^2 (\delta Q_i)^2 \\
&= \sum_i (x_i - X)^2 \left(\frac{\delta Q_i}{Q} \right)^2
\end{aligned} \tag{5.2}$$

ただし、最初のステップでは各ストリップのノイズが独立であることを仮定した。ここで、i 番目の電荷の全体に対する割合をα_iとする。すなわち

$$\alpha_i = \frac{Q_i}{\sum Q_i} = \frac{Q_i}{Q} \tag{5.3}$$

とし、各ストリップのノイズは同じであると仮定すると式 5.2は

$$\begin{aligned}
\delta X &= \sqrt{\sum_i (x_i - X)^2 \left(\frac{\delta Q_i}{Q} \right)} \\
&= \sqrt{\sum_i \alpha_i^2 (x_i - X)^2 \left(\frac{\delta Q_i}{Q_i} \right)^2} \\
&= \frac{\delta q}{q} \sqrt{\sum_i \alpha_i^2 (x_i - X)^2}
\end{aligned} \tag{5.4}$$

と書ける。ただし、δqはノイズを、qはストリップ 1 本当たりに集められる電荷であり、この比の逆数が $\mathrm{S/N}$ になる。結局

$$\delta X = \frac{\sqrt{\sum_i \alpha_i^2 (x_i - X)^2}}{S/N} \tag{5.5}$$

となる。注意して欲しいのは、この式はクラスターのストリップが 1 本だけのときは使えないということである。なぜなら、最初の X の定義のところで、通過位置は必ずストリップ上になるため、そのときのδXはα_iが 1 になっている区間の$\sqrt{12}$分の 1 になる。これがプラトー領域の分解能にあたる。

スロープ領域については、1 本当たりに集まる電荷が増えれば、すなわち実効的な $\mathrm{S/N}$ が上がれば分解能が上がることを示している。さらに、クラスター内のストリップ本数が増えると位置分解能が悪くなることも示している。このプラトー領域とスロープ領域があるために、位置分解能は 2 成分あることになる。このために垂直入射のときの位置分解能が、ストリップ間隔の$\sqrt{12}$分の 1 よりよくなると考えられる。

簡単のためにクラスター内のストリップが 2 本のときを考えると

$$\delta X = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{S/N} |x_1 - x_2| = \frac{\alpha_1 (1 - \alpha_1)}{S/N} p \tag{5.6}$$

このときのα_1が図 5.4のスロープ領域であり、分布の幅は $\mathrm{S/N}$ の中に入っている。

斜め入射のときは、スロープ領域を横切る飛跡の割合が大きくなり、この領域による位置分解能の成分が効いてくる。したがって、角度がつくに従って位置分解能は上がっていく。ところが、ある一定の角度以上になると 3 本目のストリップが入ってくると、式 5.5の $x_i - X$の項が効くために分解能は悪くなる。しかしながら、3 本目のストリップに電荷が分配されても、1 本当たりの電荷 qが大きくなると $\mathrm{S/N}$ が大きくなるため、再び分解能はよくなる。

これと同じような過程が、クラスター内のストリップがさらに増えたときにも起こる。これが波状構造が生じる原因と考えられる。

具体的に 3 本目が入りだすときを考えると図 5.5のようなときである。この図で注意してほしいのは、位置分解能にはプラトー領域しか関係してないように見えるが、実際には入射位置は検出器上で一様になっているためスロープ領域も関係しているということである。実効的に 3 本目のストリップが入りだす角度を表している。このとき、位置分解能は極小

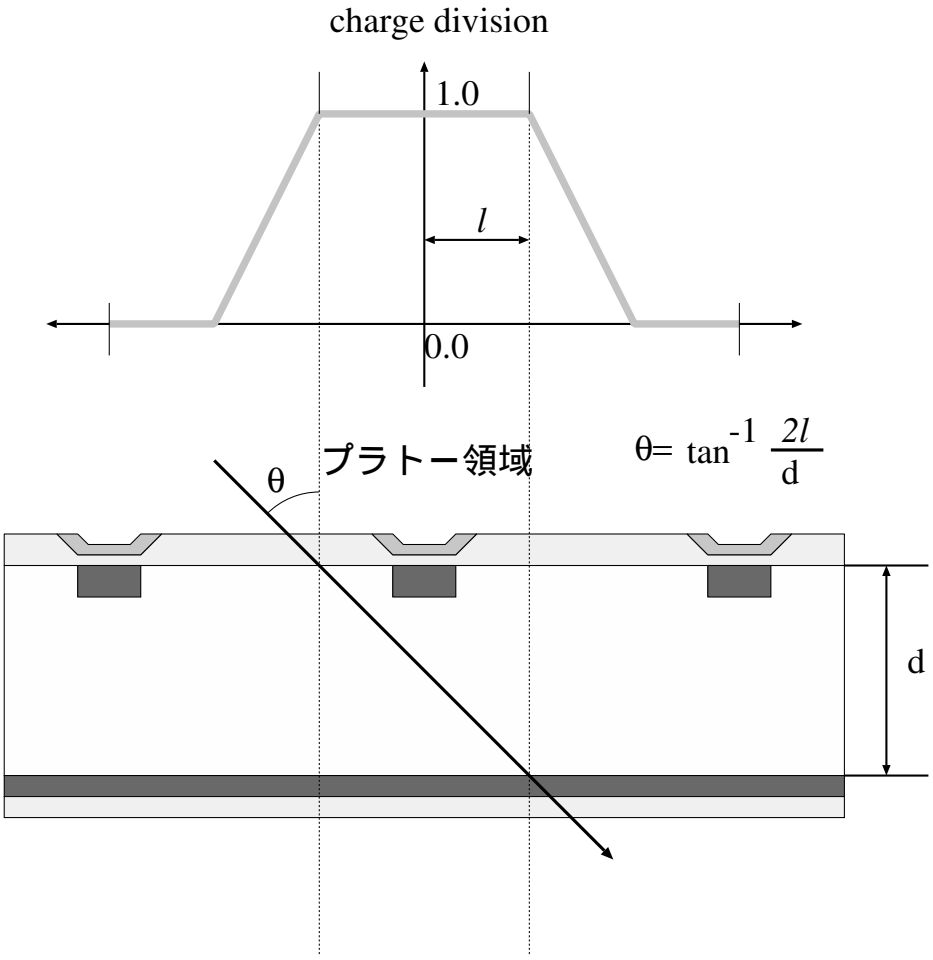

図 5.5: クラスターが 3 本のストリップからできだすとき。下の図は検出器に斜め入射した時を示し、上の図は検出器における電荷分配の図である。電荷分配の図は中央のストリップを原点とし、このストリップへ集められる電荷を、この電荷と左 (右) のストリップへ分配される電荷を足したもので割ったものを位置の関数として表してある。

値をとることになる。例えば、200 μ m 間隔の検出器においてプラトー領域は約 80 μ m である。すると、最初の極小値をとる角度θ_1は

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{160}{300} = 28^o$$

となる。 2 番目の極小値をとる角度θ_2は

$$\theta_2 = \tan^{-1} \frac{360}{300} = 50^o$$

となり、少し合わないが、これは 4 本目のストリップの影響が入ってくるときにおいて、式 5.5のα_iが小さいからだと考えられる。この係数が充分大きくなるためにもう少し角度がついていると思われる。以下 3 番目の極小値、 4 番目の極小値についても同様のことが言える。

また、ストリップ間隔が小さいときは角度がついてくると、クラスター内のストリップの本数が急激に増える。そのため、ストリップ 1 本当たりに分配される電荷は広間隔のときほど増えないと考えられる。したがって、S/N は悪くなっていき、位置分解能は入射角にともなって悪くなっていく。ただ、最初の方の極小値の部分では S/N が上がる効果が見えている。

なおこのシミュレーションの結果は、50μm 間隔における位置分解能のビーム実験の結果 [5] を再現することができ、付録 Dで述べるように、100μm 間隔のビームテストの結果を説明することができる。

5.2 今回考えたデザイン

様々なストリップ間隔の位置分解能の結果を踏まえて、シリコンバーテックス検出器のデザインを決定した。図 5.6に全体図、図 5.7にシリコンマイクロストリップ検出器のストリップ構造を示す。
先に述べた様々な要請に対する、このデザインにおける解答や特徴について、以下に述べる。

5.2.1 全体の構造

まず、要求されるアクセプタンス $(17\,^\circ \leq \theta \leq 150\,^\circ)$ を保証している。この広い角度を覆うためには検出器の長さは長くなり、S/N 比が悪くなることは前に述べた。このため、検出器の位置をビーム軸に近付けることで、検出器の長さを短くした。また、最外層の外側の空間は、将来における検出器の改善時に使うことができる可能性がある。

4 層構造を採用したのは、位置の情報量を増やし、次節で述べるように、ステレオ不確定性を解いたり、局所同時性を要求することによってノイズの影響を減らすためである。さらに、検出器を実験にあたって組み込んだ後、何らかの原因で故障した場合でも、少なくとも (内と外の) 2 層残っていれば飛跡の検出ができる。そこで、その様な場合を考慮に入れている。また、検出器を支持する構造において、2 重になっている層をまとめられる利点がある。また、8 角形の構造は、トリガーロジックを組みやすいように対称性をよくするためである。

設置後に、検出器の相対的位置を測定するために、検出器同士の重なりが必要になる。これは、重なっている領域を通過した粒子の情報を使って行なう。一方で、多重散乱を押さえるために物質量を減らさなくてはならない。そのため、重なりの領域にはそれらの考慮がなされている。

5.2.2 シリコンマイクロストリップ検出器

大きな特徴は、先の様々なストリップ間隔のシミュレーションによって得た情報を使って、ストリップ間隔を可変にしてあることである。
これは、先に述べたように多重散乱と位置分解能の相対的関係によって決められる。式 4.4における仮定がそのまま使えて、(内層の 2 層とビー

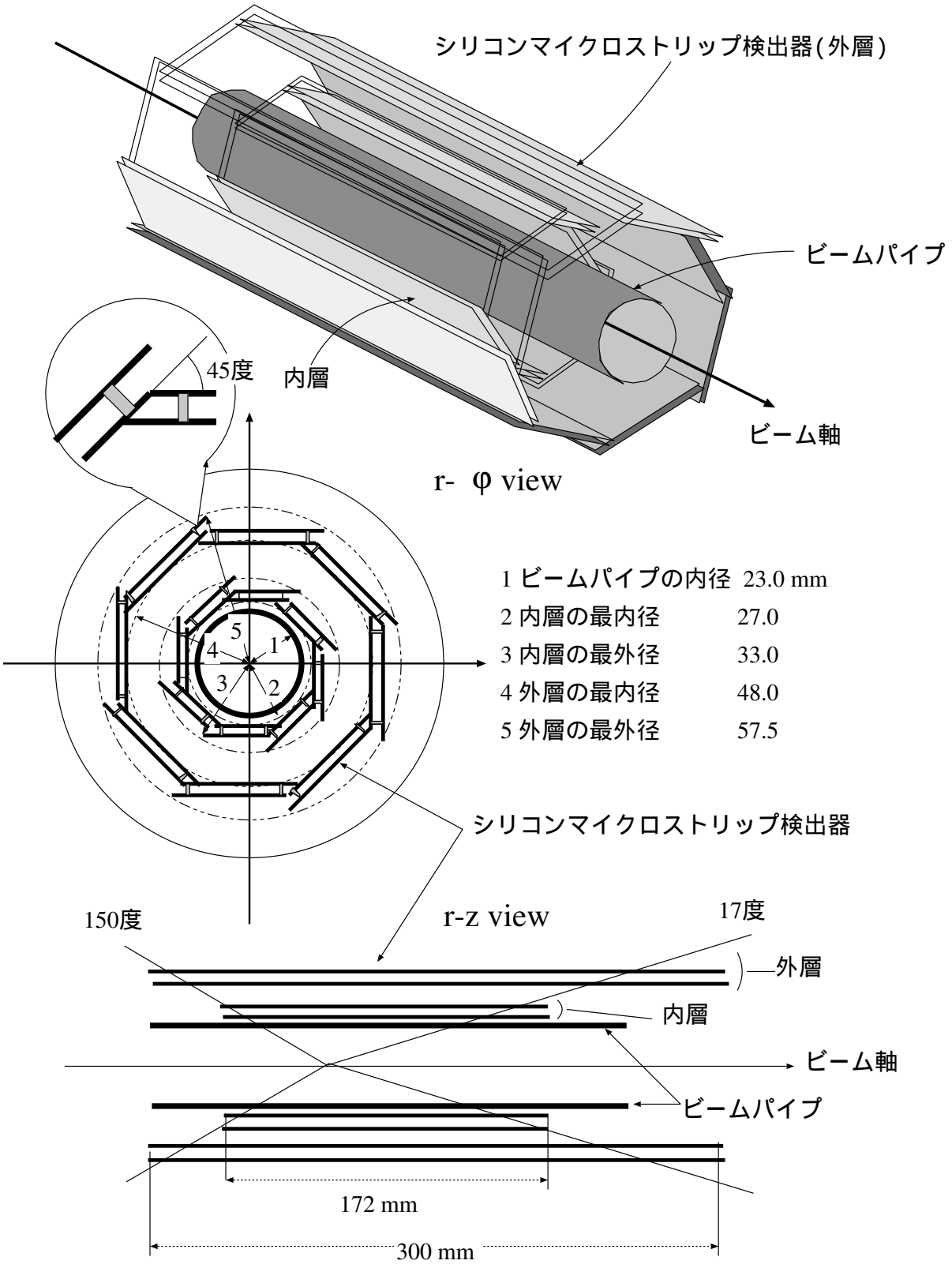

図 5.6: シリコンバーテックス検出器の全体図

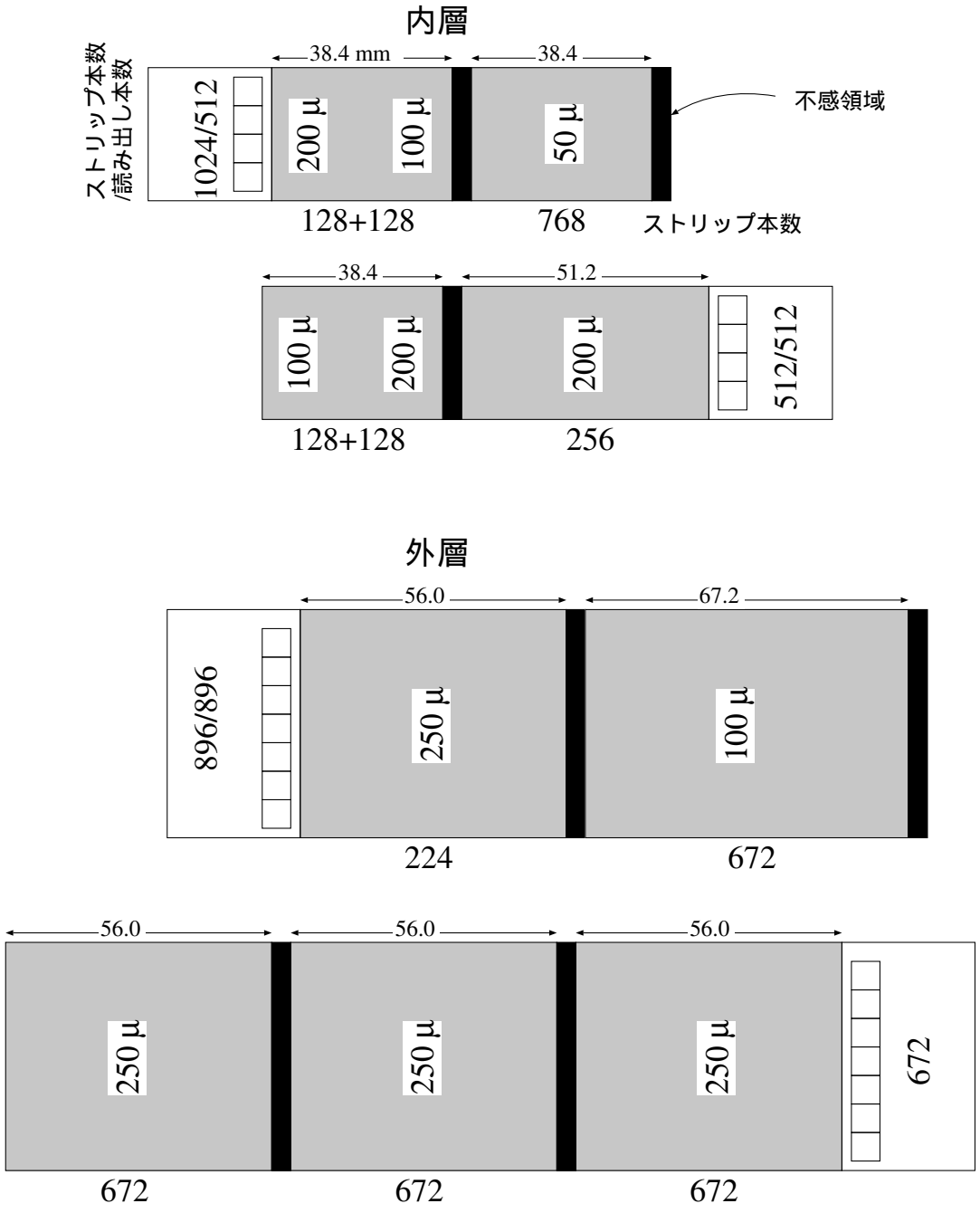

図 5.7: シリコンマイクロストリップ検出器上のストリップ構造

ム壁を同じ位置にあると近似) 今回は以下のような関係になるように考えてある。

$$\sigma_{in} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{r_1}{r_2}(r_2 - r_1)\frac{\Delta\varphi}{\sin^2\theta} \tag{5.7}$$

$$\sigma_{out} \leq \frac{1}{2} \cdot (r_2 - r_1)\frac{\Delta\varphi}{\sin^2\theta} \tag{5.8}$$

これらの式は、位置分解能の崩壊点分解能に対する影響を示す式 4.4 の第 1 項、第 2 項がそれぞれ、多重散乱の影響の半分以下程度になるようにしてあることを意味する。

多重散乱の幅は式 4.1のように、通過する粒子の運動量によって異なるが、このデザインにおいては、$0.5\mathrm{GeV}$ の運動量をもつ粒子については充分上式の関係を保証している。図 5.8および図 5.9はその関係を表していて、実線が $0.5\mathrm{GeV}$ の運動量を持つπ 粒子の検出器上における多重散乱の効果 (式 5.8および式 5.8の右辺) を表し、下の点線がその時の検出器の位置分解能である。横軸は、荷電粒子の検出器に対する入射角αを表していて、ビーム軸からの角度θと$\alpha = 90° - \theta$の関係になる。

検出器に対して大角度で入射する領域では、崩壊点からの距離が大きくなるために多重散乱の効果が大きい。そのため、広間隔のストリップでは大角度入射領域での位置分解能がいいことを利用して、ストリップ間隔を広くしてある。また、その結果ギャンギングする個所も内層の後方部分だけにすることができた。

ストリップ間隔を広くし、検出器の長さを短くすることによって静電容量を小さくすることができるわけだが、今回のデザインでは最大でも $31\mathrm{pF}$ であり、S/N 比に直して 20 以上確保できると考えられる。

さらに、ビーム軸に対して垂直方向 (r-φ 方向) を測るために、ビーム軸 (z 方向) に平行にストリップが張られているわけだが、少し角度をつけてある。これはステレオ角と呼ばれるもので、2 層以上で r-ϕストリップを交差させることによって z 方向の情報を得ようとするものである。

例えば、検出器を図 5.10のように 2 本の荷電粒子が通過したときには、1 枚の両面検出器では 2 組の候補が考えられ、分離できない。これはステレオ不確定性と言われ、2 次元の測定を行なうときに生じる、避けがたい問題である。

このとき、もう一つ座標についての情報があれば、1 組の座標に絞る

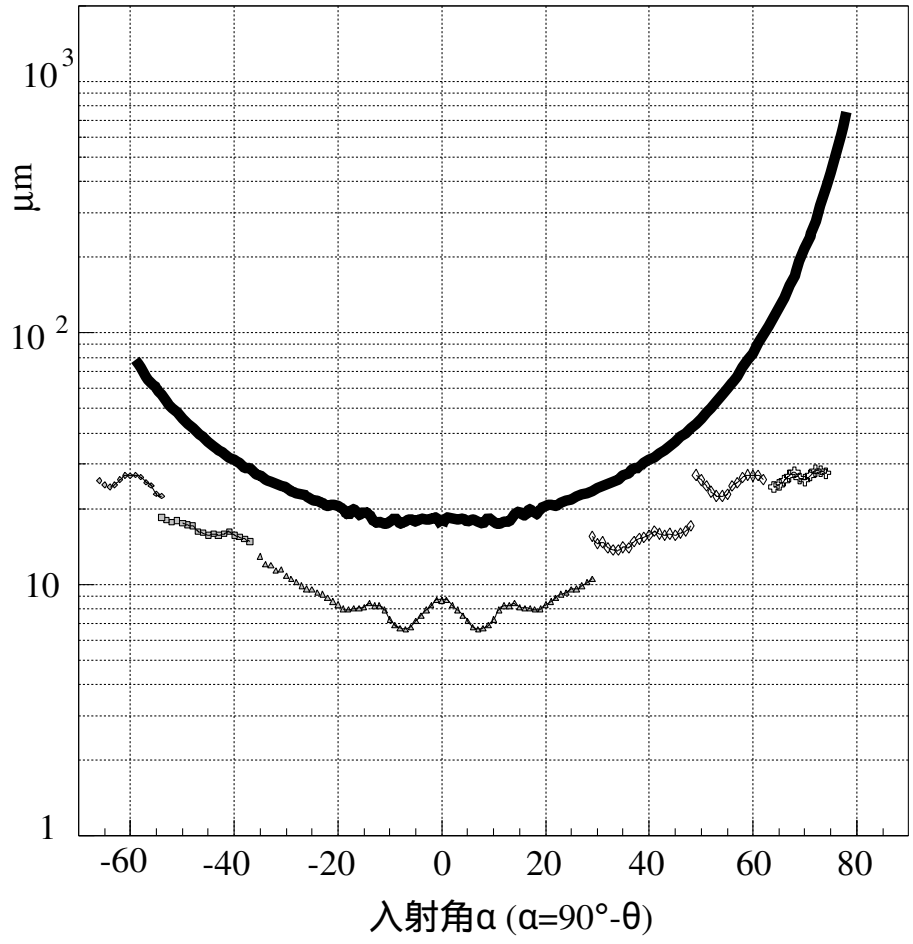

図 5.8: 今回のデザインにおける、多重散乱の効果の保証 (内層)。実線は、0.5GeV の運動量を持つπ 粒子の、多重散乱による拡がりの 1/2 を表している。下の点線が検出器の位置分解能。

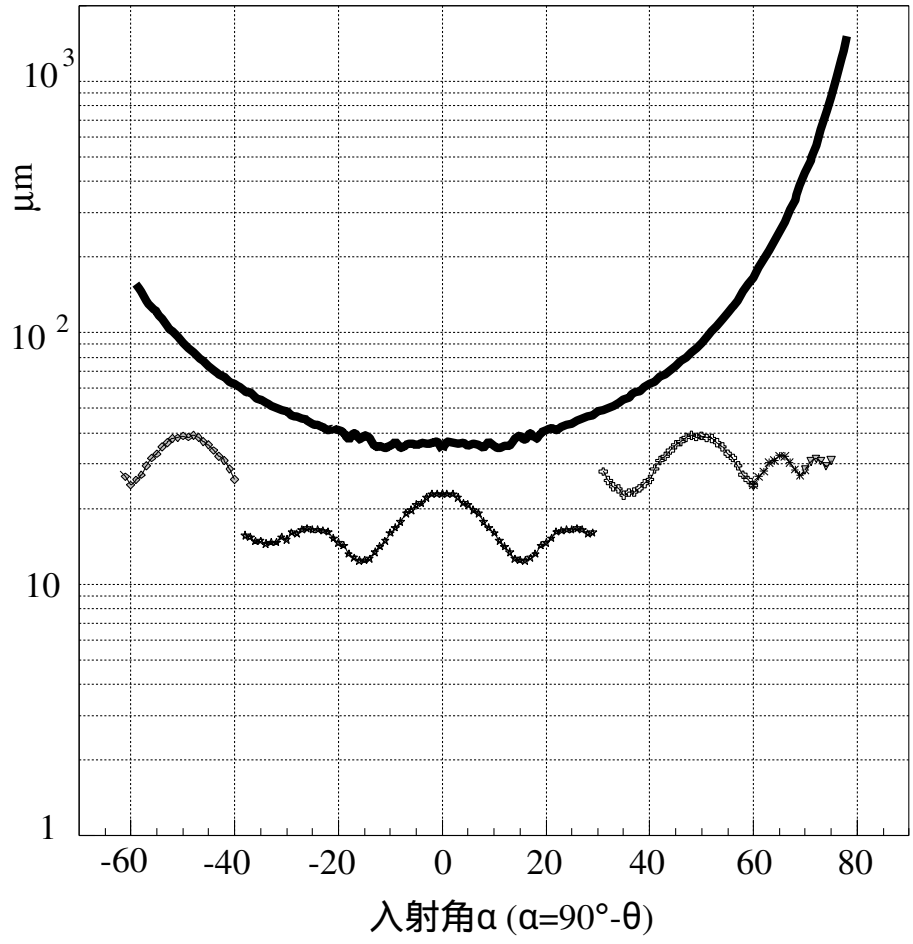

図 5.9: 今回のデザインにおける、多重散乱の効果の保証 (外層)。実線は外層の拡がりを崩壊点に外層した時の内層上での拡がりの $1/2$ を表す。点線は検出器の位置分解能を表す。

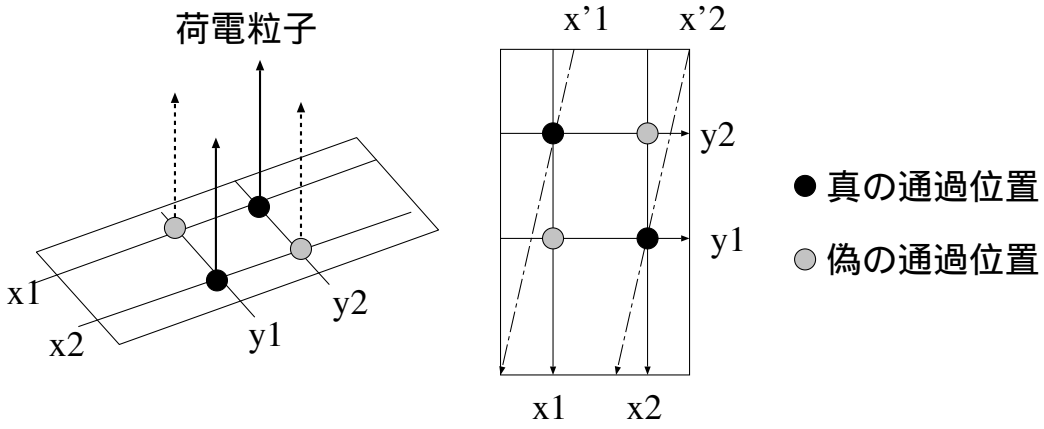

図 5.10: ステレオ不確定性。2 次元の情報を測定する検出器で同時に 2 つの通過点がある時は、x1 と x2 および y1 と y2 の情報から 2 組の通過点の候補が生じる。この候補を特定するために、もうひとつの情報 x'1,x'2 を使う。

ことができる。そのため、ステレオ角のついたストリップを使うと、交点から座標についての情報が得られる。また、ノイズによる偽の通過位置もこの情報を使うことによって大幅に取り除くことができると考えられている。

ただ、今回のデザインではステレオ角を 1 ° にしているが、これは最適化された値ではなく、今後の研究の余地があると考えられる。さらに、読みだしストリップの幅なども今後の研究課題になる。そのため、1995 年に試作器によるビームテストが計画されている。

表 5.1にシリコンマイクロストリップ検出器の様々な値をまとめておく。

表 5.1: 今回のデザインにおけるシリコンマイクロストリップ検出器の様々な値

	内層				外層				
	IL1	IL2	IR1	IR2	OL1	OL2	OR1	OR2	OR3
幅 (mm)	25.6+1.4				44.8+1.4				
長さ (mm)	38.4 +2.5			51.2 +2.5	67.2 +2.5	56.0 +2.5			
z ストリップ	n 型ストリップ+DML				n 型ストリップ+DML				
ストリップ幅 (μm)	20	30			30				
間隔 (μm)	50	100/200		200	150	150	150	300	300
p ストップ幅 (μm)	20	60/160		160	110	110	110	260	260
総数	768	128/128		256	672	224	224	224	224
読み出し数 (ギャンギング)	1024 (1 回)		512 (0)		896 (0)		672 (0)		
静電容量 (pF)	23		14		21		26		
rϕストリップ	p 型ストリップ				p 型ストリップ				
ストリップ幅 (μm)	10				10				
間隔 (μm)	50				50				
総数	512		521		896		896		
静電容量 (pF)	11 (/76.8 mm)		13 (/89.6 mm)		18 (123.2 mm)		24 (/168 mm)		

第 6 章

今回のデザインの性能評価

今回行なったデザインについて、シミュレーションを用いて性能評価を行なった。まず、対象となる物理に依存しないパラメーターを求め、最後にＣＰ非保存を測定するモードのひとつである $\mathrm{B^0\overline{B^0}} \to J/\psi K_s$ についてΔ z の分解能を求め、序論で述べた要請が満たされているか調べた。

6.1 様々なパラメーター

まず、今回行なったデザインについての性能評価として、物理に依存しないパラメーターを求めた。これは、検出器が本来持っている性能を、対象となる物理によって左右されないようにして評価するためである。

そこで、物理に依存しない性能のパラメーターとして、１本の飛跡について再構成したときのエラーについて考えた。荷電粒子の飛跡は、運動量を測るためにビーム軸に沿って磁場がかかっているために、螺旋系を描く。つまり、ビーム軸に垂直な平面 (r-ϕ平面) では円弧を描き、ビーム軸に沿った平面 (r-z 平面) ではサインカーブを描くが、高い運動量を持つ粒子は直線と近似できる、

具体的には、ある飛跡が検出器を通過したとき、その飛跡は以下のパラメーターによって再構成される (図 6.1)[16]。

- κ (飛跡が r-ϕ平面で描く円の半径)
- d (飛跡が r-ϕ平面で描く円のビーム軸との最近接距離)
- z (飛跡が d の値を取るときの z 座標)

- ϕ (飛跡が d の値を取るときの荷電粒子の r-ϕ平面での方向)
- $\cot\theta$ (飛跡のビーム軸からの角度)

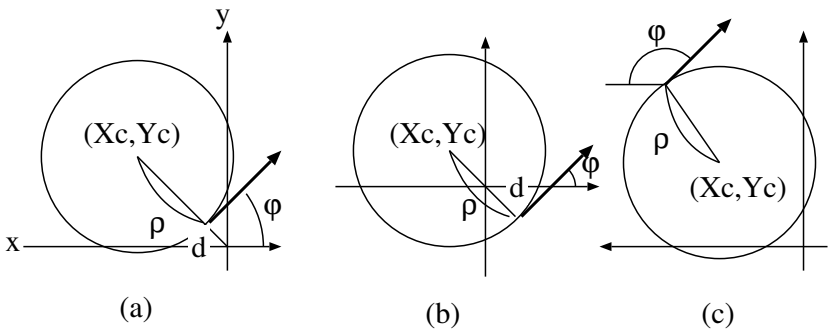

図 6.1: 飛跡を再構成するためのパラメーター化。互いに相関が低いパラメーターを採用することによって、飛跡が再構成しやすくなる。ρは荷電粒子の運動量で決まる螺旋の半径。κはその逆数。図中の (Xc,Yc) は r-ϕ平面で見た時の円の中心。d=$\sqrt{X^2c+Y^2c}-\rho$ であり、(a) のときは正の値で (b) のようなときは負の値を取る。

本来は、飛跡の情報は 3 次元の座標における点で、直交座標系 (x,y,z) を採用すれば、飛跡は一意的に決定できる。ところが、この座標系においてはそれぞれの座標は互いに相関があるので、飛跡を再構成するときに単純な最適化はできない。つまり、バーテックス検出器の通過点から飛跡を再構成するときに、χ^2法は使えずに Maximum Likelihood 法を使わなくてはいけない。後者の方法では、相関の関数を知っていなければならないので複雑になってしまう。そこで、互いの相関の少ないパラメーターとして上記のパラメーターを採用する。

検出器システムの性能評価として、これらのパラメーターの測定精度がどの程度であるかを知ることが重要になる。そこで、これらのパラメーターのエラーがどの程度になるか計算を行なった。ただし、今回はバーテックス検出器の構造を円筒状に近似した。そのため、この近似での検出器の構造から、求めたパラメーターのエラーは運動量とビーム軸からの角度θ の関数になる。

計算方法を簡単に説明すると、まず、原点から与えられた運動量とθの飛跡について、検出器の再外層までの通過位置を求める。そして、各点での測定誤差と、さらに各点での失うエネルギーを考慮に入れた多重散

乱による拡がりを求める[1]。そして、最外層のエラーを Billoir の方法 [17] を使って、飛跡を発生させた原点まで伝搬させる。最終的な答えは、各パラメーターのエラー行列として求まる。ここで、エラー行列とは、以下のような行列である。

$$\begin{pmatrix} \mathrm{cov}(\kappa,\kappa) & \mathrm{cov}(\kappa,d) & \mathrm{cov}(\kappa,z) & \mathrm{cov}(\kappa,\phi) & \mathrm{cov}(\kappa,\cot\theta) \\ \mathrm{cov}(d,\kappa) & \mathrm{cov}(d,d) & \mathrm{cov}(d,z) & \mathrm{cov}(d,\phi) & \mathrm{cov}(d,\cot\theta) \\ \mathrm{cov}(z,\kappa) & \mathrm{cov}(z,d) & \mathrm{cov}(z,z) & \mathrm{cov}(z,\phi) & \mathrm{cov}(z,\cot\theta) \\ \mathrm{cov}(\phi,\kappa) & \mathrm{cov}(\phi,d) & \mathrm{cov}(\phi,z) & \mathrm{cov}(\phi,\phi) & \mathrm{cov}(\phi,\cot\theta) \\ \mathrm{cov}(\cot\theta,\kappa) & \mathrm{cov}(\cot\theta,d) & \mathrm{cov}(\cot\theta,z) & \mathrm{cov}(\cot\theta,\phi) & \mathrm{cov}(\cot\theta,\cot\theta) \end{pmatrix} \tag{6.1}$$

ただし、ここで”cov(a,b)” は以下で定義される量である。

$$\begin{aligned} \mathrm{cov(a,b)} &= E[(a-E(a))(b-E(b))] \\ &\quad \text{ただし } E[\alpha\,] : \alpha \text{ の平均} \end{aligned} \tag{6.2}$$

結局、この行列は対称行列になっていて、対角要素は各パラメーターのエラーの 2 乗になっている。つまり、対角要素の平方根が各パラメーターのエラーになる。今回、任意の角度θと運動量について計算できるプログラムを開発した。そのうち、いくつかの運動量 p として、p=0.5、1.0、2.0、4.0 GeV についての結果を図 6.2 ~ 6.5に示す。ただし、それぞれのパラメーターの単位は、z と d についてはμ m、ϕについては mrad、$\cot\theta$は $\times 10^3$とした。

運動量が小さく、ビーム軸からの角度が小さい領域でエラーが大きくなっている。これは、運動量が小さくなると多重散乱の角度が大きくなり、またビーム軸からの角度が小さい領域では原点からの距離が大きくなるため、多重散乱の影響が大きく寄与するためである。逆に、運動量が大きく検出器と原点の近いところ ($\theta = 90^\circ$付近) では検出器の位置分解能の効果が目だっている。

[1]重要なことは、飛跡を求めてから失うエネルギーを計算しているので、エネルギーを失うことによる螺旋の半径の変化は考慮されていない。この点において、今回の計算の限界がある。

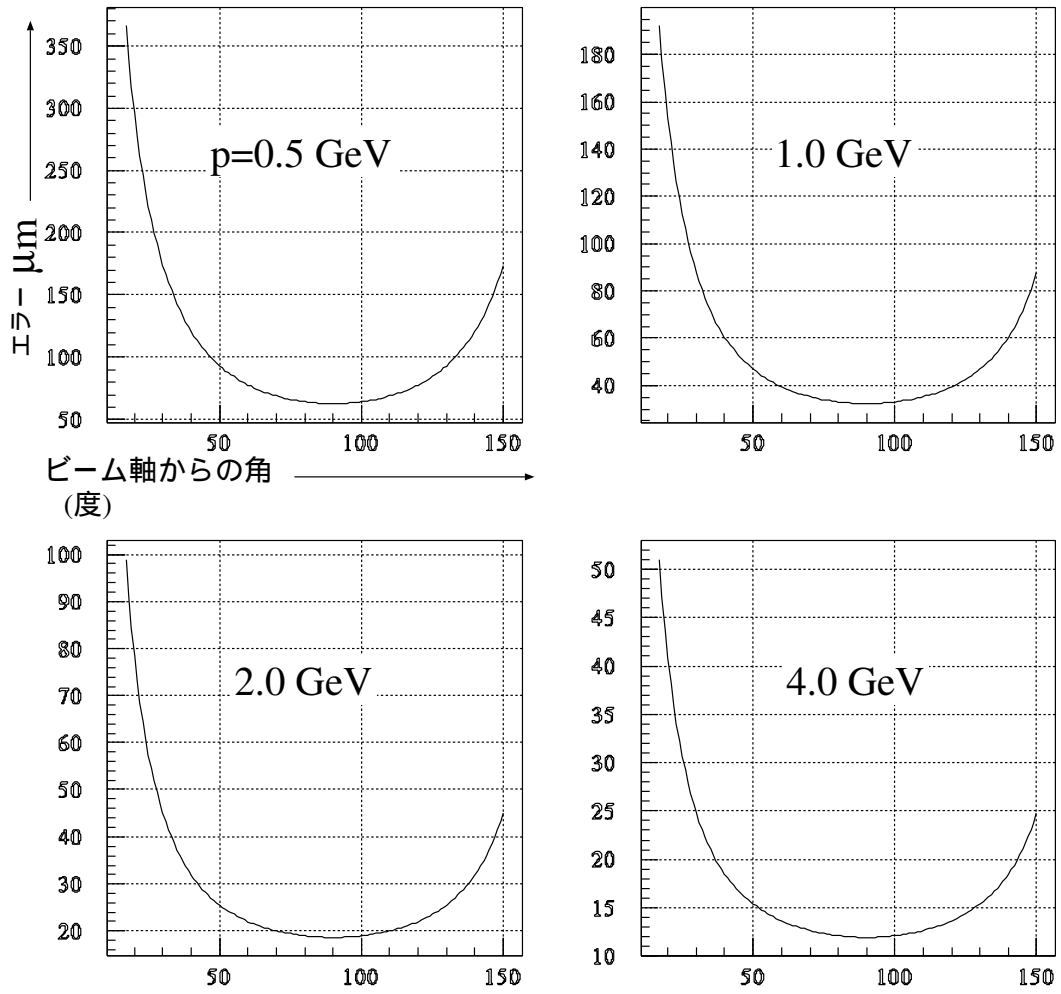

図 6.2: 飛跡のパラメーター d に関するエラー。運動量が小さく小角度領域では多重散乱の効果が大きい。逆に、運動量が高く検出器までの距離が短い領域では位置分解能の影響が顕著になるが、検出器の分解能は入射角に比例するように近似してあるため、効果はあまり見えない。縦軸の単位はμ m であり、横軸はビーム軸からの角度を表す。

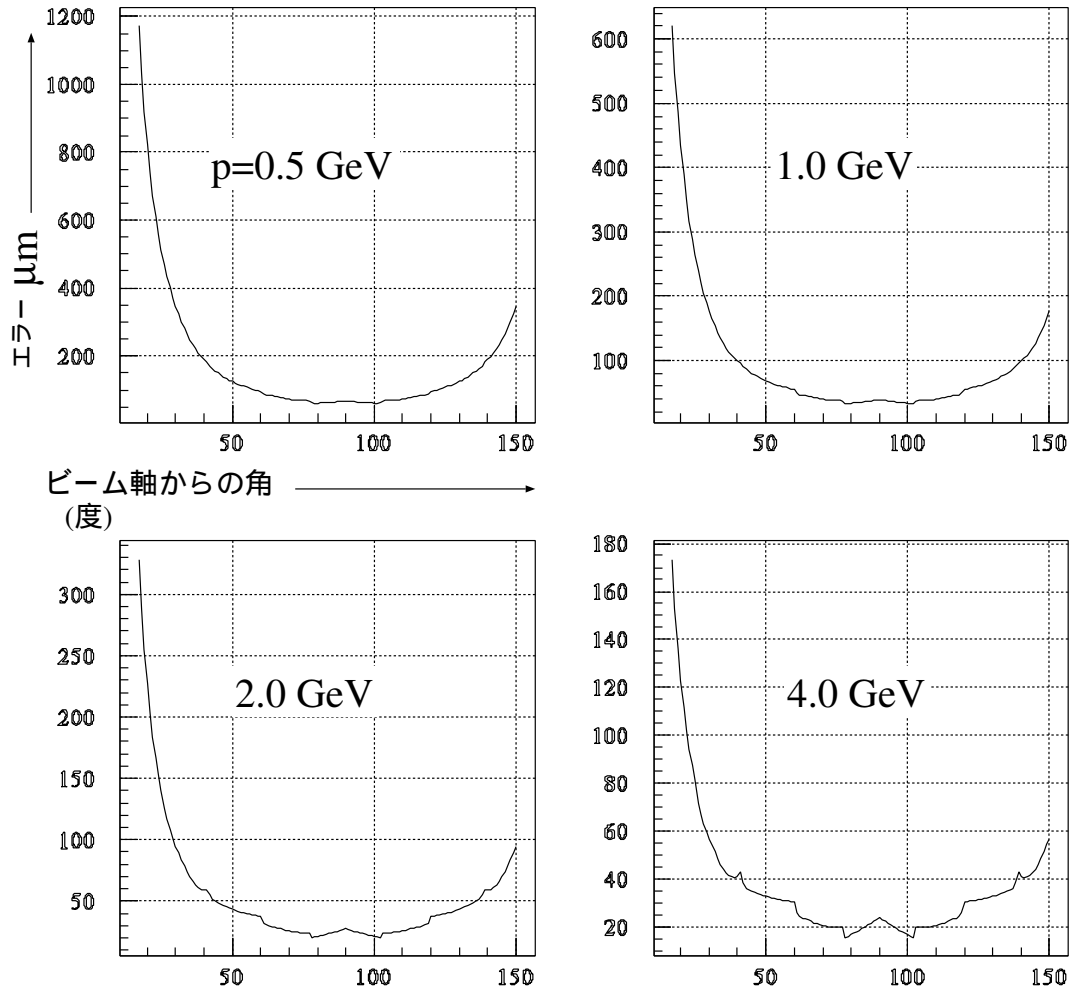

図 6.3: 飛跡のパラメーター z に関するエラー。運動量が小さく小角度領域では多重散乱の効果が大きい。逆に、運動量が高く検出器までの距離が短い領域では位置分解能の影響が顕著になる。縦軸、横軸は d に関するパラメーターの時と同じ。

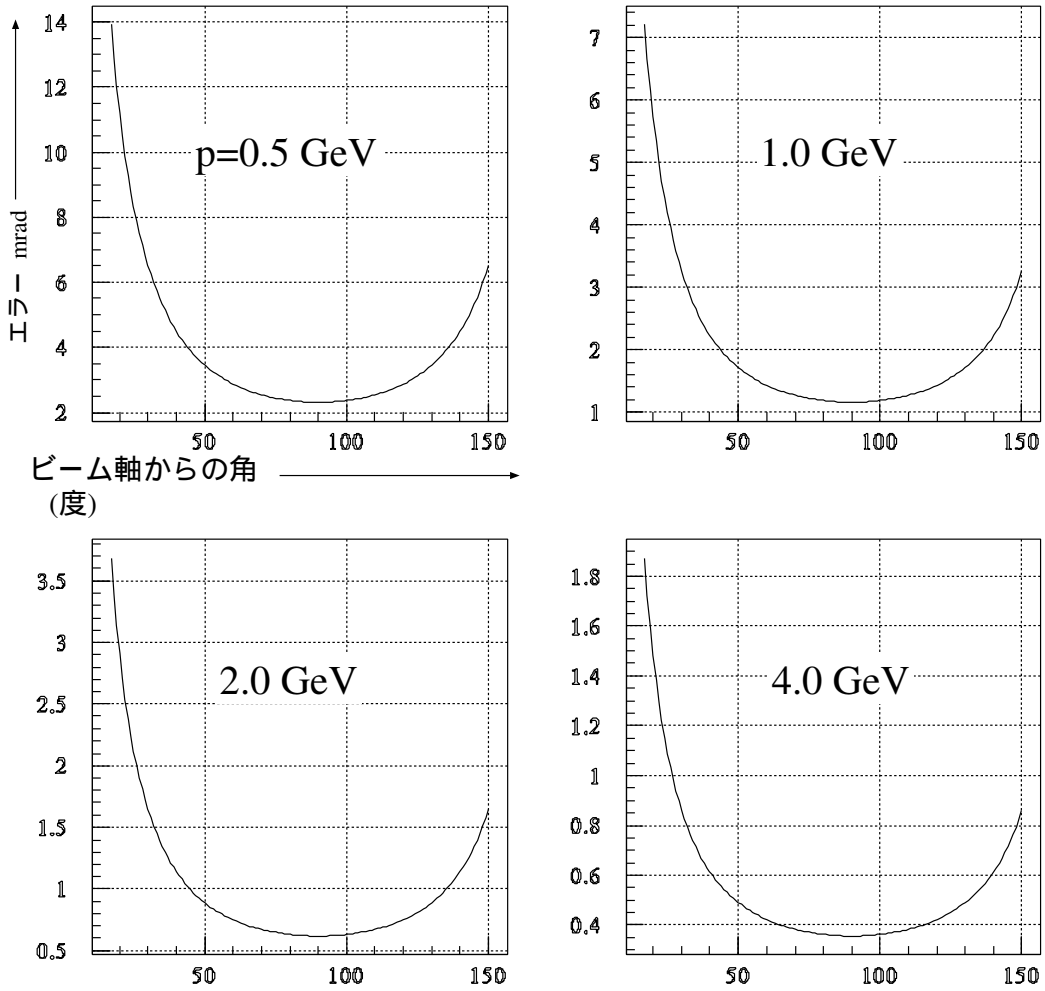

図 6.4: 飛跡のパラメーターϕに関するエラー。運動量が小さく小角度領域では多重散乱の効果が大きい。逆に、運動量が高く検出器までの距離が短い領域では位置分解能の影響が顕著になるが、検出器の分解能は入射角に比例するように近似してあるため、効果はあまり見えない。

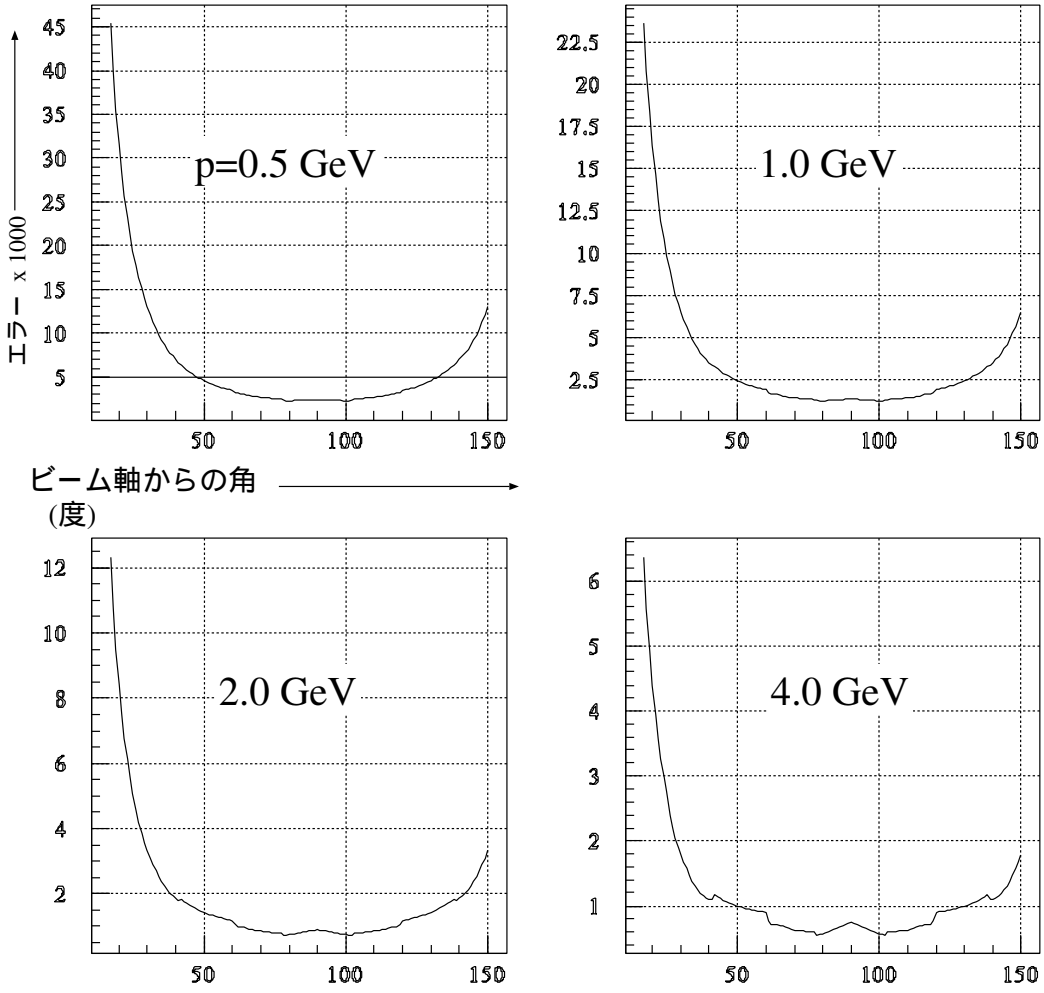

図 6.5: 飛跡のパラメーター $\cot\theta$に関するエラー。運動量が小さく小角度領域では多重散乱の効果が大きい。逆に、運動量が高く検出器までの距離が短い領域では位置分解能の影響が顕著になる。エラーは 1000 倍にして表示してある。

6.2 Δ z 分解能

最後に究極の要請として、KEK b-factory のシリコンバーテックス検出器の崩壊点分解能がΔz について

$$\sigma_{\Delta z} \leq 95\mu m$$

を満たしていなければならないことがある。このため、前節で求めたエラー行列の結果を踏まえて、今回のデザインについて、モンテ・カルロシミュレーションを行なった。

崩壊モードは以下のものについて調べた。

$$\mathrm{B^0\overline{B^0}} \rightarrow (J/\psi K_s) + (\text{standard decay})$$

このモードは序論でも述べたように、ＣＰ非保存の観測におけるもっとも重要なものの１つである。standard decay とあるのは、Ｂ中間子が様々な崩壊モードに、その分岐比に従って崩壊することを表している。

$\sigma_{\Delta z}$は以下のようにして求めた。

standard decay なかで、$\mathrm{B^0}$中間子か$\overline{\mathrm{B^0}}$中間子かが分かる崩壊をしたものについて、崩壊点を再構成する。この崩壊点を Ztag とする。もう一方のＣＰの固有状態である、$J/\psi K_s$に崩壊したものについての再構成された崩壊点を Zcp とする。このとき、再構成されたΔz(meas) は

$$\Delta z = Ztag - Zcp$$

となる。欲しいのはΔz についての分解能なので、事象を発生させたときのΔz をΔz(gen) とすると、残差Ｒ

$$R = \Delta z(meas) - \Delta z(gen)$$

の分布を見なければならない。

具体的には、図 6.6のように崩壊して出てくる荷電粒子の飛跡を組み合わせて崩壊点を再構成する。

このとき、Ztag の方の崩壊点の再構成時にある効果が生じる。Zcp を再構成するときは、崩壊して出てくる荷電粒子をすべて検出しないと CP の状態を知ることができない。ところが、Ztag に関してはフレーバー[2]が

[2]フレーバーとはクォークの世代数を表す量子数で、フレーバーを検出することでクォークの情報を得て、その粒子の” 親 ” の粒子を知ることができる。

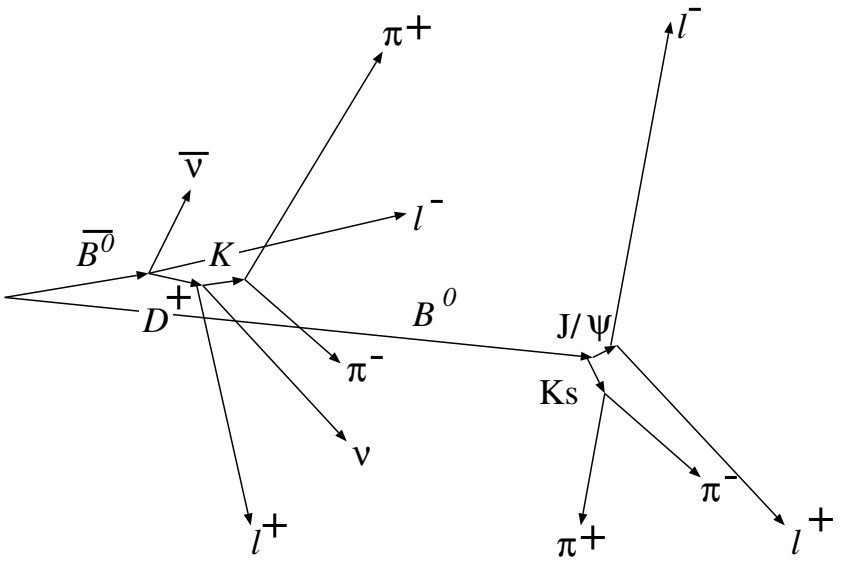

図 6.6: $B^0\overline{B^0} \to J/\psi K_s+$ standard decay における崩壊点の再構成。Ztag の崩壊点を求める時に、$\overline{B^0}$中間子から出てくるレプトンを検出できなければ、D^+中間子の崩壊の情報を使うことになり、崩壊点はビームの下流にずれる。

分かればよい。そのため、b クォークの準レプトン崩壊から出てくるレプトンを検出できなくても、残りの c クォークの崩壊から出てくる荷電粒子を検出すればよいことになる。このとき、崩壊点を再構成すると崩壊点は運動力学上必ず B 中間子の崩壊点より下流にできる。

また、Zcp では崩壊から出てくる粒子はすべてQ値が大きいものなので、高い運動量を持つのに対し、Ztag の方はそんなに運動量は高くない。

以上のことから、Ztag の残差分布は、ビーム軸の正の方向へ片寄り、かつ、Ztag の崩壊点分解能は Zcp の分解能よりも悪くと考えられる。また、そのためΔ z の残差分布も正の方へ片寄ると考えられる。

実際のシミュレーションでは、対で発生させた $B^o\overline{B^o}$ 中間子のうち、一方は必ず $J/\psi K_s$に崩壊し、残りの一方は standard decay するようにした。そして、その崩壊から出てくる荷電粒子の飛跡を、その運動量とビーム軸からの角度に対して、前節で求めたエラーの関数にしたがってランダムにエラーをつける。これを観測された飛跡とし、この飛跡を使って崩壊点を求める。

したがって、残差分布はビーム軸からの角度と運動量の関数になり、一般にはガウス分布にはならない。そこで、目安として 2 重ガウス分布で

フィットして、その分散を求めた。さらに、その他の目安として FWHM の約 2.35 分の 1 も求めた。これはガウス分布では FWHM の 2.35 分の 1[3]が分散になっているためである。

図 6.7に結果を示す。事象数は B 中間子対を 1,000,000 事象発生させた。横軸に残差、縦軸にその事象数を取ってある。実際に、崩壊点を再構成できた事象数は 102633 事象数である。σ_{small}とσ_{large}はそれぞれ 2 重ガウス分布の分散を表し、下にある数字はそのガウス分布が全体に中に締める割合である。$\sqrt{<\sigma^2>}$は全体の分散を表す。

Ztag と Zcp の残差の分布から、standard decay である Ztag の方が崩壊点分解能が悪いことが分かる。 さらに、Δ z の残差分布の非対称性も存在することが分かる。

このシミュレーションの結果から、今回のデザインは KEK B-factory のシリコンバーテックス検出器に要請される性能を満たしていると結論付けられる。

[3]正確には $2\sqrt{2\ln 2}$分の 1

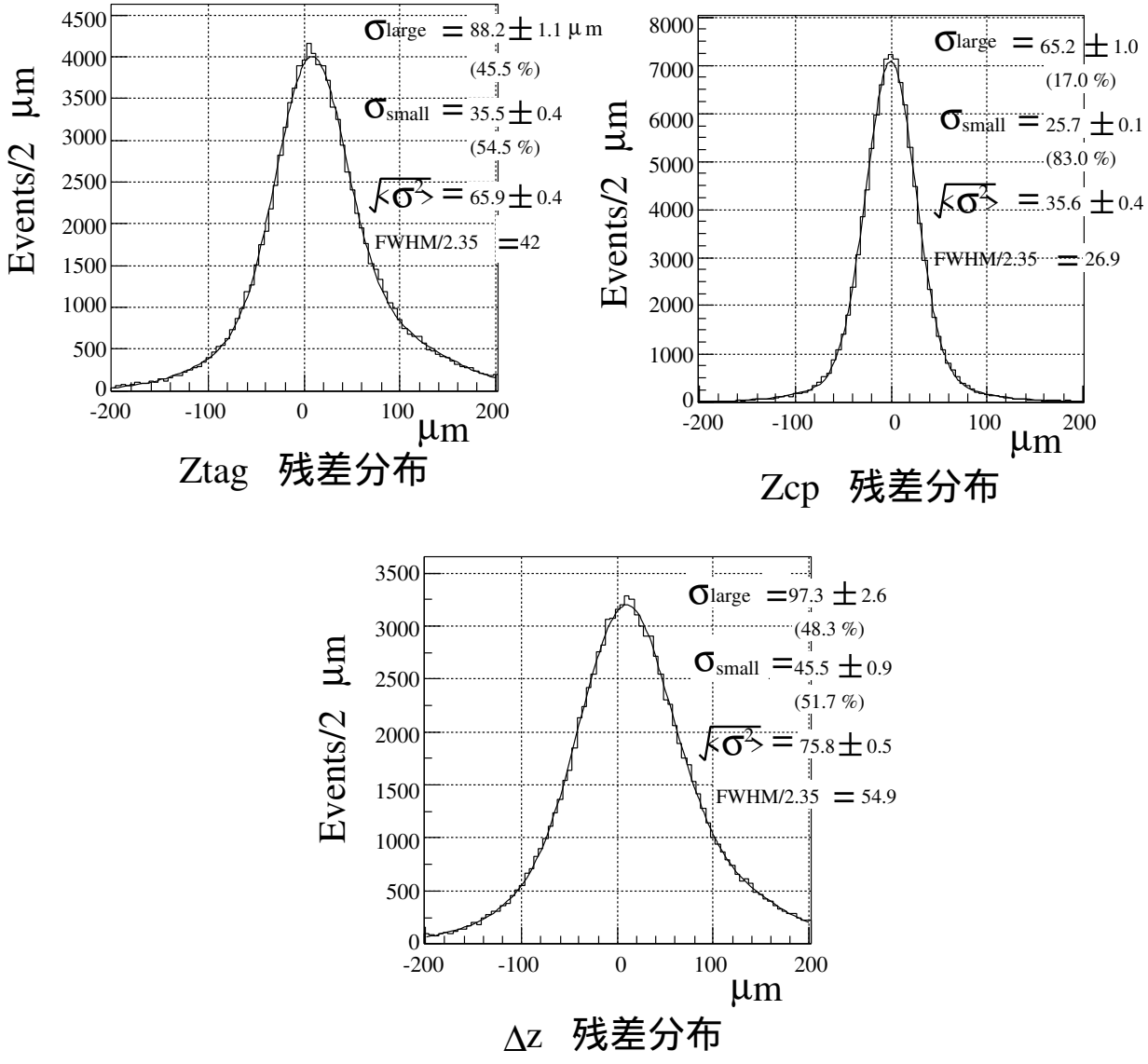

図 6.7: Ztag、Zcp およびΔz の残差分布

第 7 章

まとめ

今回は KEK B-factory におけるバーテックス検出器のシステム構成の研究を行なった。バーテックス検出器に要請される様々な条件と、シリコンマイクロストリップ検出器の特性について考察を重ねた。その結果、ストリップ検出器上のストリップ間隔を広げ、検出器をビーム軸に近付けるという結論に達した。しかし、この操作はバーテックス検出器の崩壊点分解能を下げることになるので最適化が必要になる。

そこで、広間隔ストリップ検出器における位置分解能の情報を、シミュレーションによって調べ、互いに密接に関係する検出器の配置位置と、そのストリップ構造を決定した。そのときに、多重散乱の寄与を目安とした。

さらに、今回決定されたデザインにおける性能評価をシミュレーションを用いて行なった。その結果、要求される性能が発揮できるという結論に達した。

今回のデザインにおいては、ストリップの幅、ストリップを基板に撃ち込む深さ、さらにステレオ角などは、更なる最適化のための研究の余地が残されていると考えられる。また、広間隔 ($\sim 200\mu\mathrm{m}$) ストリップ検出器における位置分解能の実験も不可欠である。

これらの、シリコンマイクロストリップ検出器のパラメーターの変化による振る舞いを調べるために、1995 年に様々なタイプの試作器を用いたビームテストが予定されている。

付録 A

B中間子系でのCP非保存

ここでは、本分中で述べたCP非保存について、詳しく述べる。ただし、標準理論から話を進めるが、すべてを説明しようとすると、とても付録に収まるものではないので、断り無しに様々な式を導入することがあるので注意してほしい。

A.1 弱固有状態と質量固有状態

SU(2)×SU(1) 対称を満たすゲージ理論は「標準理論」と呼ばれ[1]、Glashow、Weinberg、Salam らによって提唱された [6]。この全ラグランジアンを書き下だすと以下の様に書ける。

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}\cdot F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} + (D^{\mu}\Phi)^{\dagger}(D^{\mu}\Phi) - V(\Phi) \\
&\quad + \overline{\Psi} i\gamma^{\mu} D_{\mu}\Psi - G_e[\overline{e}_R(\Phi^{\dagger}\Psi_L) + (\overline{\Psi}_L\Phi)e_R] \qquad \text{(A.1)} \\
&\quad D_{\mu} = \partial_{\mu} + ig_W W_{\mu}\cdot t + i\frac{g_B}{2}B_{\mu}\cdot Y \\
&\quad F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}W_{\nu} - \partial_{\nu}W_{\mu} - g_W W_{\mu}\times W_{\nu} \\
&\quad B_{\mu\nu} = \partial_{\mu}B_{\nu} - \partial_{\nu}B_{\mu} \\
&\quad V(\Phi) = \lambda\left(|\Phi|^2 + \frac{\mu^2}{2\lambda}\right)^2
\end{aligned}$$

ただし、Ψはクォークとレプトンのディラック場、W_{μ}, B_{μ}はゲージ場、Φはヒッグス場を表す。

自由場の部分はCP変換に対して不変なように作られている。問題と

[1] さらに QCD(Quantum Chromodynamics) 理論を加えて標準理論ということもある

なるのは相互作用項の $\mathcal{L}_I$ である。そこでクォークの質量項について注目し、クォーク場とヒッグス場を以下のように取る。

$$\Psi_{kl} = \begin{bmatrix} u'_{kL} \\ d'_{kL} \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{bmatrix}, \quad \Phi^c = \begin{bmatrix} \phi^{0\dagger} \\ -\phi^- \end{bmatrix} \tag{A.2}$$

このとき、一般化された $\mathcal{L}_I$ は

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_I &= \sum_{j,k} \frac{\sqrt{2}M_{jk}}{v} \overline{\Psi}_{jL} \Phi^c u'_{kR} + \frac{\sqrt{2}M'_{jk}}{v} \overline{\Psi}_{jL} \Phi d'_{kR} \\ &\quad + h.c. \end{aligned} \tag{A.3}$$

と書ける。ただし、"h.c." はエルミート共役を、$u'_j = u', c', t', \cdots$、$d'_k = d', s', b', \cdots$を表し、上式は$\phi^0$が真空期待値を持つときに、$u'_j$と d'_kに質量が生じるようにしてある。さらに、フェルミオンの場に u'のようにダッシュがついているのは、これらが弱い相互作用をするときの場であって、物理的な u クォークと区別するためである。この状態を「弱固有状態 (WeakEigenstate)」と言う。M_{jk}、M'_{jk}はフェルミオン場とヒッグス場との結合定数であり、$\sqrt{2}/v$は後の便宜上導入してある。

いま、自発対称性の破れからヒッグス場が真空期待値

$$< \phi^0 >= \frac{v}{\sqrt{2}} \tag{A.4}$$

をもつとき、式 (A.3) は

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_M &= \sum (\overline{u}'_{jL} M_{jk} u'_{kR} + \overline{d}'_{jL} M'_{jk} d'_{kR} + h.c.) + \cdots \\ &\equiv \overline{U}'_L M^U U'_R + \overline{D}'_L M^D D'_R + h.c + \cdots \\ &M^U = [M_{jk}], \qquad M^D = [M'_{jk}] \\ &u' = \begin{bmatrix} u' \\ c' \\ t' \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}, \qquad D' = \begin{bmatrix} d' \\ s' \\ b' \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{A.5}$$

となってクォーク場の質量項が出現する。ただし、$\cdots$はヒッグス場との相互作用で以下の議論では必要ないので省いた。

物理現象を記述するためには式 (A.5) を対角化して「質量固有状態」にしなければならない。一般に、どんな $(N \times N)$ 行列でも 2 個のユニタ

リー行列を使って対角化が可能である。A_L、$A_R^\dagger$、B_L、$B_R^\dagger$を４個のユニタリー行列として

$$M_{diag}^U = A_L M^U A_R^\dagger, \quad M_{diag}^D = B_L M^D B_R^\dagger \tag{A.6}$$

$$M_{diag}^U = \begin{bmatrix} m_u & & & \\ & m_c & & 0 \\ & & m_t & \\ & 0 & & \cdot \\ & & & & \cdot \end{bmatrix}, \quad M_{diag}^D = \begin{bmatrix} m_d & & & \\ & m_s & & 0 \\ & & m_b & \\ & 0 & & \cdot \\ & & & & \cdot \end{bmatrix} \tag{A.7}$$

となる。これを用いて式 (A.5) を変形すると

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_M &= \overline{U}'_L M^U U'_R + \overline{D}'_L M^D D'_R + h.c. \\ &= \overline{U}'_L A_L A_L^\dagger M^U A_R^\dagger A_R U'_R + \overline{D}'_L B_L^\dagger B_L M^D B_R^\dagger B_R D'_R + h.c. \\ &= (\overline{A_L U'_L}) M_{diag}^U (A_R U'_R) + (\overline{B_L D'_L}) M_{diag}^D (B_R D'_R)) + h.c. \\ &= \sum [m_j (\overline{U}_{jR} + \overline{U}_{jR} U_{jL}) + m'_j (\overline{d}_{jL} d_{jR} + \overline{d}_{jR} d_{jL})] \end{aligned} \tag{A.8}$$

となる。これは、フェルミオンの質量項の形をしていて、質量固有状態のクォークは弱固有状態から

$$U_L = A_L U'_L, \quad U_R = A_R U'_R, \quad D_L = B_L D'_L, \quad D_R = B_R D'_R \tag{A.9}$$

のユニタリー変換したものであることが分かる。自由ラグランジアンや、中性カレント相互作用のように、クォークの香り q'_jについて始めから対角化されてあるものは、このユニタリー変換で $q'_j \to q_j$と変化するだけで、弱固有状態で表したラグランジアンと質量固有状態で表したラグランジアンは同じ形を保つ[2]。しかし、香りについて非対角要素を結びつけている荷電カレント相互作用 $\mathcal{L}_c$はそうはいかず、$\mathcal{L}_c$を質量固有状態で書き表すと

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_c &= \frac{g_w}{\sqrt{2}} \sum [\overline{U}'_L \gamma^\mu D'_L W_\mu^+ + h.c.] \\ &= \frac{g_w}{\sqrt{2}} \sum [\overline{U}_L \gamma^\mu (A_L B_L^\dagger) D_L W_\mu^+ + h.c.] \\ &= \frac{g_w}{\sqrt{2}} \sum [\overline{U}_L \gamma^\mu V D_L W_\mu^+ + h.c.] \\ &= \frac{g_w}{\sqrt{2}} \sum [\overline{U}_{jL} V_{jk} d_{kL} W_\mu^+ + \overline{d}_{kL} \gamma^\mu V_{jk}^* U_{jL} W_\mu^-] \end{aligned} \tag{A.10}$$

[2]これは中性カレントにおけるＧＩＭ機構の一般的記述である。

となり、相互作用が各 2 重項の中で閉じずに世代間の混合が起きる。このときの行列

$$V = A_L B_L^{\dagger} \tag{A.11}$$

を「小林-益川 (KM) 行列」という [2]。この $\mathcal{L}_c$にＣＰ変換を施すと

$$-\mathcal{L}_c \overset{CP}{\rightarrow} \frac{g_w}{\sqrt{2}} \sum [\overline{d}_{kL} \gamma_\mu V_{jk} U_{jL} W^{-\mu} + \overline{U}_{jL} \gamma_\mu V_{jk}^* d_{kL} W^{+\mu}] \tag{A.12}$$

となるのでＣＰ保存が成り立つためには、Ｖが実行列でなければならないことが分かる。

A.2 ３世代ＫＭ行列

一般に $(N \times N)$ ユニタリー行列には N^2個の独立な実変数が存在する。この N^2次元の実変数空間において、${}_nC_2 = N(N-1)/2$ 個の実空間回転が定義できるので、行列要素の内この個数だけは回転角θ_jを使って記述できる。さらに、$2\mathrm{N}$ 個のクォーク場には位相変換の自由度がある。

$$U_L \longrightarrow F_U U_L = \begin{bmatrix} e^{i\phi_u} & & & \\ & e^{i\phi_c} & & \\ & & e^{i\phi_t} & \\ & & & \cdot \end{bmatrix} \tag{A.13}$$

$$D_L \longrightarrow F_D D_L = \begin{bmatrix} e^{i\phi_d} & & & \\ & e^{i\phi_s} & & \\ & & e^{i\phi_b} & \\ & & & \cdot \end{bmatrix} \tag{A.14}$$

この変換に従って

$$V \longrightarrow F_U^* V F_D, \quad \text{つまり、} V_{jk} \longrightarrow \exp[-i(\phi_{uj} - \phi_{dk})] V_{jk} \tag{A.15}$$

となるため、全体に共通な 1 個の位相を除いた $(2\mathrm{N}\text{-}1)$ 個の位相はクォーク場の再定義で吸収できる。最終的に

$$N^2 - \frac{N(N-1)}{2} - (2N-1) = \frac{(N-1)(N-2)}{2} \tag{A.16}$$

だけの位相が残る。この式から $N \leq 2$ のときはＫＭ行列要素 V_{ij}を全て実数で書けることになりＣＰは保存する。ところが、実際は本文でも述

べたようにＣＰは破れているので $N \geq 3$ でなければならない。ＬＥＰでの Z 共鳴幅の測定 [7] から $m_\nu < m_Z/2$ のニュートリノは３種類しかないことが分かっているから、N=3 と考えられる。このとき、ＫＭ行列は３個の回転角と１個の位相角で表すことができる。

また、u、c、t クォーク間や d、s、b クォークの間で質量が縮退していないということも言える。仮に、d と s が縮退しているとする。このとき、d と s の代わりに任意のユニタリー変換した組合わせを使っても、質量の固有状態にとることができるので、対角位相変換より大きな変換の自由度を持つ。

$$D_L \longrightarrow F_D D_L = \begin{bmatrix} U & & \\ & & \\ & & e^{i\phi_b} \end{bmatrix} \tag{A.17}$$

このことから、位相をさらにひとつ減らせるので行列Ｖは実行列になってしまう。したがって、縮退は起きていないと考えられる。

ここで、ＫＭ行列の要素を表示することを考える。ＰＤＧ [4] によると

$$V_{KM} = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix} \tag{A.18}$$

$$= \begin{bmatrix} c_1 c_2 & s_1 c_2 & s_2 e^{-i\delta} \\ -s_1 c_3 - c_1 s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_3 - s_1 s_2 s_3 e^{i\delta} & c_2 s_3 \\ s_1 s_3 - c_1 s_2 c_3 e^{i\delta} & -c_1 s_3 - s_1 s_2 c_3 s^{i\delta} & c_2 c_3 \end{bmatrix} \tag{A.19}$$

ただし、$c_i = \cos\theta_i, \quad s_i = \sin\theta_i$

と表せる。クォーク場の再定義によって c_i、s_iを全て正にすることができて、

$$0 \leq \theta_i \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq \delta \leq 2\pi \tag{A.20}$$

とできる。ここで、$s_1 = \lambda, s_3 = A\lambda^2, s_2 e^{-i\delta} = A\lambda^3(\rho - i\eta)$ と置き、$c_2 - 1 < 10^{-4}$という実験事実を使うと式 (A.19) は以下のように書ける。

$$V_{KM} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix} \tag{A.21}$$

これが、本文中の式 (1.3) の Wolfenstein 表示 [3] である。

A.3 ユニタリー三角形

ＫＭ行列のユニタリティー条件から以下の式が出る。

$$V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} = 0 \tag{A.22}$$

$V_{ud} \simeq 1, V_{cd} \simeq -\lambda, V_{tb} \simeq 1$ を代入して

$$V_{cb}^* - \lambda V_{cb}^* + V_{td} = 0 \tag{A.23}$$

この関係式は複素平面で図 $(\mathrm{A}.1)(\mathrm{a})$ のように表される。さらに、Wolfenstein 表示で

$$\begin{aligned} V_{ub}^* &= \lambda^3 A(\rho + i\eta), \qquad V_{cb}^* = A\lambda^2 \\ V_{td} &= A\lambda^3(1 - \rho - i\eta), \qquad A \simeq 1 \end{aligned} \tag{A.24}$$

という条件を入れて、$\rho - \eta$平面上で表すと図 $(\mathrm{A}.1)(\mathrm{b})$ のように、底辺が１、頂点が (ρ, η) の三角形となる[3]。各頂角をＫＭ行列要素で書くと

$$\phi_1 = Arg\left[-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right] \tag{A.25}$$

$$\phi_2 = Arg\left[-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*}\right] \tag{A.26}$$

$$\phi_3 = Arg\left[-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right] \tag{A.27}$$

となる。この意味で、標準理論でのＣＰはこの３角形を決めることに帰着する。

物理観測量はＫＭ行列の表し方 (回転角や位相の取り方) に依存しない。これは、一般に以下のように言い表すことができる [8]。
1) 観測量は行列要素の絶対値であり、パラメータのとり方に依らない。例えば $|V_{cb}|^2$ は $b \to l\nu x$ のような準レプトン崩壊率の観測から分かる。
2) ＣＰの破れの効果はパラメータのとり方に依らず以下の量に比例する。

$$|J| = |Im(V_{ij}V_{lk}V_{ik}^*V_{lj}^*)| \tag{A.28}$$

ただし、$i, l = u, c, t, \cdots,\ j, k = d, s, b, \cdots$は $i \neq j$という条件以外は任意であり、この量はユニタリティー三角形の面積に比例している。ＰＤＧのパラメータのとり方で表すと

$$|J| = c_1 c_2^2 c_3 s_1 s_2 s_3 \sin\delta \tag{A.29}$$

[3]この図が本文中の図 1.1

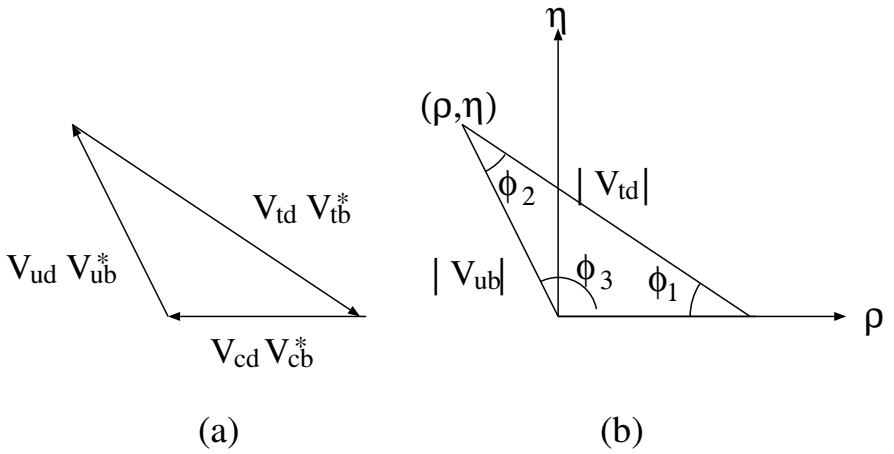

図 A.1: ＫＭ行列のユニタリー三角形。ＫＭ行列のユニタリティー条件から、行列要素の三角形が描かれる。さらに、Wolfenstein 表示によると$\rho-\eta$平面で表される。ＫＭ行列の表示のとりかたを変えると位相が変わるが、この効果は三角形を複素平面上で回転させることのみで、形と面積は不変である。したがって、ＣＰの破れの効果は三角形の面積に関係するので表示によらない。この三角形の要素を決定することが、標準理論の検証になる。

となり、ＣＰが破れるためには、あらゆる混合角、位相も 0 であってはならないことが分かる。

いま、$[A,B]=AB-BA$ として、式 (A.5) の質量行列 M^D, M^U から作られる量に対して

$$\begin{aligned} |\mathrm{Im} \quad & (\det[M^D M^{D\dagger}, M^U M^{U\dagger}])| \\ = \quad & |J\cdot(m_t^2-m_c^2)(m_c^2-m_u^2)(m_t^2-m_u^2) \\ & \times(m_b^2-m_s^2)(m_s^2-m_d^2)(m_b^2-m_d^2)| \end{aligned} \tag{A.30}$$

が証明されるので、ＣＰ非保存が生じる条件は結局

$$\mathrm{Im}(\det[M^D M^{D\dagger}, M^U M^{U\dagger}]) \neq 0 \tag{A.31}$$

となる。

ＣＰの破れの目安Ｊを数値的に見積もると

$$|J| = c_1 c_2^2 c_3 s_1 s_2 s_3 \sin\delta \sim O(=\lambda^6) \leq 10^{-4} \tag{A.32}$$

である。ＣＰの破れの効果が小さいのは、本質的には $|J|$ が非常に小さいことに起因する。さらに、ＫＭ行列のパラメータのとり方を変えると位

相が変化するが、この効果はユニタリー三角形を複素平面上で回転させることのみで、形、面積は保たれる。したがって $|J|$ はユニタリー三角形の面積に比例するので、ＣＰの破れはＫＭ行列のパラメータのとり方によらない。実験で測定できる量として、非対称の大きさ Acp がある。この Acp と $|J|$ の関係は

$$\text{ＣＰの破れの大きさ} \sim Acp \times \text{分岐比} \sim |J| \leq 10^{-4} \tag{A.33}$$

となる。この式から、Ｊの大きさはあまり過程によらないので、大きな非対称を持つ過程は分岐比が小さく、大きな分岐比を持つ過程では非対称度が小さいことが分かる。

A.4 質量行列と混合パラメーターε

Ｂ中間子のＣＰ非保存についての議論は、Ｋ中間子のＣＰ非保存の議論と似ている。ここではＫ中間子については殆ど触れないが、大きな違いはＢ中間子の質量 $(\sim 5\mathrm{GeV})$ がＫ中間子 $(\sim 0.5\mathrm{GeV})$ に比べて非常に大きいことである。このため、位相空間体積がＫ中間子に比べて非常に大きく崩壊幅が大きい。言い換えるとＢ中間子の寿命はＫ中間子に比べて大幅に短い。さらに、ＣＰ$=\pm 1$ の固有状態をとる２種類のＢ中間子の質量が殆ど同じであり、崩壊先のチャンネルが数多く開けているので崩壊幅も殆ど等しくなる。

いま、波動関数の位相の不定性を利用して以下のように CP 演算子を定義する。

$$|B^0> \equiv CP|\overline{B}^0>, \quad |\overline{B}^0> \equiv CP|B^0> \tag{A.34}$$

このとき、ＣＰ± 1 に対応するＢ中間子の状態を $B'_{\pm}$とすると

$$|B'_+> = \frac{1}{\sqrt{2}}(|B^0> + |\overline{B}^0>) \tag{A.35}$$

$$|B'_-> = \frac{1}{\sqrt{2}}(|B^0> - |\overline{B}^0>) \tag{A.36}$$

とすれば、対応する固有値を持つ。ところが、Ｋ中間子との類推から、現実のＣＰ± 1 に対応する状態 $B_{\pm}$は以下のようになると考えられる。

$$|B_+> \;\; = \;\; p|B^0> + q|\overline{B}^0>$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}}(|B'_+ > +\varepsilon|B'_- >) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}}[(1+\varepsilon)|B^0 > +(1-\varepsilon)|\overline{B}^0 >] \quad \text{(A.37)} \\
|B_- > &= p|B^0 > -q|\overline{B}^0 > \\
&= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}}(|B'_- > +\varepsilon|B'_+ >) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}}[(1+\varepsilon)|B^0 > -(1-\varepsilon)|\overline{B}^0 >] \quad \text{(A.38)}
\end{aligned}
$$

ここで、εは混合を表すパラメータで、非常に小さな数である[4]。

A.5 混合の公式

式 $(\text{A.37})(\text{A.38})$ を逆に解くと B^0と$\overline{B}^0$は B_+と B_-をともに含むことが分かる。つまり、共通な崩壊モードを持つことになり、このモードを通して混合が起こる。別の観点からファインマンダイアグラムで表すと、図 (A.2) のような箱型図形になる。

この混合から、$B^0, \overline{B}^0$は真空中で互いに変わり得る。そこで、時刻 t

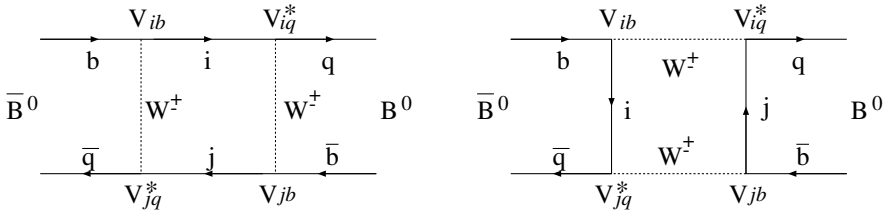

図 A.2: $B^0 - \overline{B}^0$混合の箱型図形。$q, \overline{q} = d, s$ を表し、$i, j = u, c, t$ を表す。箱型の領域の各頂点における V_{ij}は、関係するKM行列要素を表している

における B 中間子の状態を考える。

$$|B^0(t) >= \alpha(t)|B^0 > +\beta(t)|\overline{B}^0 > \quad \text{(A.39)}$$

[4]実際は、K中間子のときと区別するためにε_Bとでも書くべきだが、とくに混乱の恐れがないときは省略する。他のパラメータについても同様。

この時間依存性を決定するシュレーディンガー方程式から以下の式を得る。

$$
\begin{aligned}
i\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} <B^0|H|B^0> & <B^0|H|\overline{B}^0> \\ <\overline{B}^0|H|B^0> & <\overline{B}|H|\overline{B}^0> \end{bmatrix} \\
&\equiv \begin{bmatrix} \tilde{M}_{11} & \tilde{M}_{12} \\ \tilde{M}_{21} & \tilde{M}_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\end{bmatrix} \qquad \text{(A.40)}
\end{aligned}
$$

この式の右辺の行列を「質量行列」という。

箱型図形から分かるように、混合は弱い相互作用の 2 次の過程を通して現れる。ハミルトニアンのうち弱い相互作用の部分を H_wとすると、遷移をおこすＳ行列は以下のように与えられる。

$$
\begin{aligned}
S_{fi} &= 1 - 2\pi i\delta(E_i - E_f)T_{fi} \qquad \text{(A.41)}\\
T_{fi} &= <f|H_w|i> + \sum_n \frac{<f|H_w|n><n|H_w|i>}{E_iE_n + i\varepsilon} \qquad \text{(A.42)}
\end{aligned}
$$

ただし、f, i はそれぞれ終状態、初期状態を表し、$\delta(x)$ はディラックのデルタ関数を表す。また、主値積分の記号をＰとすると

$$
\frac{1}{E_i - E_n + i\varepsilon} = \frac{P}{E_i - E_n} - i\pi\delta(E_i - E_n) \qquad \text{(A.43)}
$$

となる。質量行列は、Ｓ行列に質量項 ($<i|H_s|j> = M_i\delta_{ij}$、$H_s$はハミルトニアンの中の強い相互作用の部分、$\delta_{ij}$はクロネッカーのデルタ) を加えたものである。したがって

$$
\begin{aligned}
\tilde{M}_{ij} &= M_i\delta_{ij} + T_{ij} \equiv M_{ij} - \frac{i}{2}\Gamma_{ij} \qquad \text{(A.44)}\\
M_{ij} &= M_i\delta_{ij} + <i|H_w|j> + P\sum_n \frac{<f|H_w|n><n|H_w|i>}{M_i - E_n} \qquad \text{(A.45)}\\
\Gamma_{ij} &= 2\pi\sum\delta(M_i - E_n) <f|H_w|n><n|H_w|i> \qquad \text{(A.46)}
\end{aligned}
$$

H_wがエルミートなので M_{ij}, Γ_{ij}もエルミートになる。ＣＰＴが保存すれば$\tilde{M}_{11} = \tilde{M}_{22}$、ＣＰが保存すれば$\tilde{M}_{12} = \tilde{M}_{21}$が成立する。式 (A.40) を対角化すると B_+, B_-を基底とする表示になる。

$$
\begin{aligned}
|B^0(t)> &= \alpha'(t)|B_+> + \beta'(t)|B_-> = \alpha|B^0> + \beta|\overline{B}^0> \qquad \text{(A.47)}\\
i\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\alpha'\\ \beta'\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix}\lambda_+ & 0\\ 0 & \lambda_-\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha'\\ \beta'\end{bmatrix} \qquad \text{(A.48)}\\
\lambda_\pm &= M_\pm - \frac{i}{2}\Gamma_\pm = \frac{\tilde{M}_{12}\tilde{M}_{22}}{2} \pm \sqrt{\tilde{M}_{12}\tilde{M}_{21}} \qquad \text{(A.49)}
\end{aligned}
$$

このとき、混合パラメータεは、質量行列を使うと

$$\varepsilon = \frac{p-q}{q-p} \tag{A.50}$$

$$\frac{q}{p} = \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} = \sqrt{\frac{M_{12}^* - i(\Gamma_{12}^*/2)}{M_{12} - i(\Gamma_{12}/2)}} \tag{A.51}$$

の様に表される。ここで、質量、崩壊幅の平均をそれぞれM、Γ 、差を$\Delta m, \Delta\Gamma$とすると

$$M = \frac{M_+ + M_-}{2}, \quad \Gamma = \frac{\Gamma_+ + \Gamma_-}{2} \tag{A.52}$$

$$\Delta m = M_+ - M_- = 2\mathrm{Re}\left[\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)\right]^{1/2} \tag{A.53}$$

$$\Delta\Gamma = \Gamma_+ - \Gamma_- = -4\mathrm{Im}\left[\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)\right]^{1/2} \tag{A.54}$$

となる。これを用いると

$$\lambda_\pm = M_\pm - \frac{i}{2}\Gamma_\pm = M - \frac{i}{2}\Gamma \pm \frac{1}{2}\left(\Delta m - \frac{i}{2}\Delta\Gamma\right) \tag{A.55}$$

と書ける。ここで、式 (A.47) に戻ると結局α', β'について式 (A.48) から解けるので以下を得る。

$$\begin{aligned} |B^0(t)> &= \frac{1}{2p}\left(|B_+> e^{-i\lambda_+ t} + |B_-> e^{-i\lambda_- t}\right) \\ &= f_+(t)|B^0> + \frac{q}{p} f_-|\overline{B}^0> \end{aligned} \tag{A.56}$$

$$\begin{aligned} |\overline{B}^0(t)> &= \frac{1}{2q}\left(|B_+> e^{-i\lambda_+ t} - |B_-> e^{-i\lambda_- t}\right) \\ &= \frac{p}{q} f_-(t)|B^0> + f_+|\overline{B}^0> \end{aligned} \tag{A.57}$$

ただし 、

$$f_\pm(t) = \frac{1}{2}\left[e^{-i\lambda_+ t} \pm e^{-i\lambda_- t}\right] \tag{A.58}$$

$\overline{B}^0(t)$ については $B^0(t)$ と同様にすれば導かれる。

B中間子では$\Delta\Gamma$にはBと$\overline{B}$から共通に崩壊できる状態のみ寄与する[5]。ところが、これらの状態は全てＫＭ行列から抑制されるので (箱型図形の

[5]図 A.2参照

頂点におけるＫＭ行列要素が小さい) 全体の崩壊に占める割合は小さい。すなわち、

$$\Gamma >> \Delta\Gamma \tag{A.59}$$

なので、$\Delta\Gamma = 0$ とおくと

$$f_+ = e^{-iMt-\Gamma t/2}\cos\Delta mt/2 \tag{A.60}$$
$$f_- = -ie^{-iMt-\Gamma t/2}\sin\Delta t/2 \tag{A.61}$$

と書き直せる。これから、時刻 $t = 0$ で B^0の状態だったものが、$t = t$ で $B^0(\overline{B}^0)$ である確率が計算できて以下のようになる。

$$P(B^0 \to B^0; t) \sim e^{-\Gamma t}\cos^2\Delta mt/2 \tag{A.62}$$
$$P(B^0 \to \overline{B}^0; t) \sim \left|\frac{q}{p}\right|^2 e^{-\Gamma t}\sin^2\Delta mt/2 \tag{A.63}$$
$$\tag{A.64}$$

同様に

$$P(\overline{B}^0 \to \overline{B}^0; t) = P(B^0 \to B^0; t) \tag{A.65}$$
$$P(\overline{B}^0 \to B^0; t) \sim \left|\frac{p}{q}\right|^2 e^{-\Gamma t}\sin^2\Delta mt/2 \tag{A.66}$$
$$\tag{A.67}$$

準レプトン崩壊過程において

$$\overline{B}^0 \to l^-\overline{\nu}X, \quad B^0 \to l^+\nu\overline{X} \tag{A.68}$$

であるので[6]、レプトンの符号を見れば B^0か$\overline{B}^0$の状態かが特定できる。ここで

$$x \equiv \frac{\Delta m}{\Gamma} \tag{A.69}$$

を定義すると

$$\Delta mt = \frac{\Delta m}{\Gamma}\cdot\Gamma t = x\frac{t}{\tau}, \qquad \tau：\text{B中間子の寿命} \tag{A.70}$$

となる。結局、$B^0 - \overline{B}^0$振動がτ/x を周期とすることが分かる。B中間子のクォーク要素で d クォークが含まれるとき特に B^0_dと書くことがあり、対応する x は x_dと表される。同様に s クォークを含むときは B^0_s, x_sと表す。

[6]図 A.2で定義してあるように、クォーク要素は $B^0(\overline{b}q), \overline{B}^0(b\overline{q})$ に取ってある。

A.6 質量行列の評価

この節では、ここまで一般的な式として与えてきた質量行列を標準理論を用いて評価する。標準理論において $B^0 \leftrightarrow \overline{B}^0$遷移は図 (A.2) のような箱型図形を通して現れるので、質量行列はこのファインマンダイアグラムを計算することにより得られる。箱型図形を中間で切断したものが崩壊過程を与えるので (他の崩壊過程の寄与がなければ)、崩壊率と箱型図形振幅は比例関係になる。

B中間子のＣＰ非保存の効果は質量行列要素

$$\check{M}_{12} =< B^0|\check{M}|\overline{B}^0 > \tag{A.71}$$

や、崩壊行列、例えば$< \pi\pi|T|B^0_- >$ (B^0_-はＣＰ $= -1$ の成分、終状態がＣＰ $= +1$) に現れる。ＫＭ行列を扱う標準理論では、主たる寄与はそれぞれ図 A.3の (a)(b)(e) である。(a)(b) の箱型図形からの寄与は特に間接的ＣＰの破れといわれ混合によって生じる。一方、(e) の図形はペンギンダイアグラムと言われ、この図からの寄与は直接的ＣＰの破れと言われる。

M_{12}を計算すると [9]

$$\begin{aligned} M_{12} &= -\frac{G_F^2 m_w^2}{12\pi^2} m_B (B_B f_B^2)[\eta_1 \lambda_c^2 x_c F(x_c) + \eta_2 \lambda_t^2 x_t F(x_t) \\ &\quad +2\eta_3 \lambda_c \lambda_t G(x_c, x_t)] \qquad (A.72) \\ &\quad \lambda_i = V_{ib} V_{iq}^*, \quad x_i = \frac{m_t^2}{m_w^2} \qquad (A.73) \\ F(x) &= 1 - \frac{3(x+x^2)}{4(1-x)^2} - \frac{3x^2 \log x}{2(1-x)^3} \qquad (A.74) \\ G(x,y) &= xy \left[\left\{ 1 - \frac{3x^2}{4(1-x)^2} \right\} \frac{\log x}{x-y} \right. \\ &\quad \left. -\frac{3}{8(1-x)(1-y)} + (x \leftrightarrow y) \right] \qquad (A.75) \end{aligned}$$

となる。$\eta(\eta_1 \simeq 0.85, \eta_2 \simeq 0.61, \eta_3 \simeq 0.36)$ はＱＣＤ補正である [10]。f_B は崩壊定数で実験的に未定である。さらに B_Bと合わせて以下の式で定義される。

$$\frac{8}{3} B_B f_B^2 m_B =< B^0|\overline{d}\gamma^\mu(1-\gamma^5)b\overline{d}\gamma_\mu(1-\gamma^5)b|\overline{B}^0 > \tag{A.76}$$

ＱＣＤや格子ゲージ理論計算では [11]

$$f_{B_d}\sqrt{B_{B_d}} \sim 150 \pm 50 MeV \tag{A.77}$$

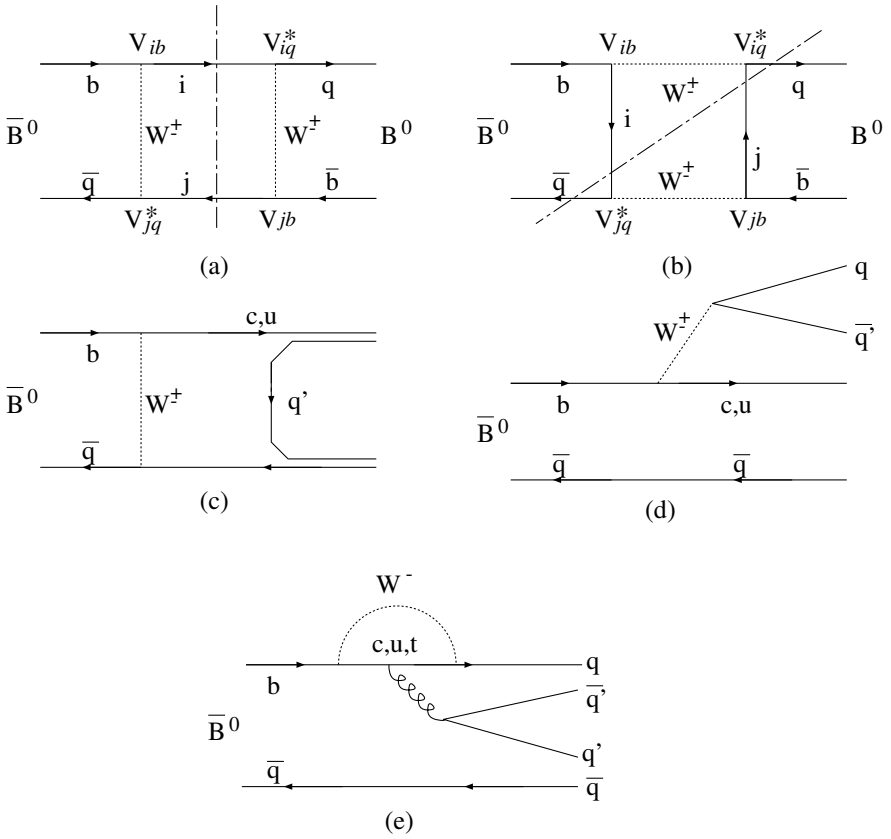

図 A.3: ＣＰの破れに寄与するダイアグラム。(a)(b) 箱型図形。(c)(d)Γ_{12} に寄与するダイアグラム。(a)(b) の箱型図形の破線で切断した図になっている。ただし、終状態は実存粒子なので、質量殻上という条件から t クォークは外れる。(e) ペンギンダイアグラム

となっていて不定性が大きい。実際には t クォークの質量が非常に大きいので $(\sim 180\mathrm{GeV})$、式 $(\mathrm{A}.72)$ は以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
M_{12} &= -\frac{G_F^2}{12\pi^2} m_w^2 \eta_{QCD} B_B f_B^2 m_B \lambda_t^2 x_t F(x_t) \qquad (\mathrm{A}.78)\\
&\quad \lambda_t = V_{tb} V_{tq}^*, q = d, s\\
&\quad m_B = 5279.0 \pm 2.0 MeV\\
&\quad \eta_{QCD} \simeq 0.85[12]
\end{aligned}
$$

Γ_{12}については図 $\mathrm{A}.3$の $(\mathrm{c})(\mathrm{d})$ が寄与する。ここで注意してほしいのは、終状態が実存状態なので、終状態のクォークで t クォークの寄与がないことである。計算によると [9]

$$
\begin{aligned}
\Gamma_{12} &= \frac{G_F^2}{8\pi} B_B f_B^2 m_B m_b^2 [\lambda_c^2 p_{cc} + \lambda_u^2 p_{uu} + 2\lambda_u \lambda_c p_{cu}] \qquad (\mathrm{A}.79)\\
p_{ij} &= \left[\left(1 - \frac{(m_i + m_j)^2}{m_b^2}\right)\left(1 - \frac{(m_i - m_j)^2}{m_b^2}\right)\right]^{1/2}\\
&\quad \times \left[1 - \frac{1}{3}\frac{m_i^2 + m_j^2}{m_b^2} - \frac{2}{3}\frac{(m_i^2 - m_j^2)^2}{m_b^4}\right] \qquad (\mathrm{A}.80)
\end{aligned}
$$

$m_u^2 << m_c^2 << m_b^2$の近似で

$$
p_{uu} \sim 1, \quad p_{uc} \sim 1 - \frac{4m_c^2}{3m_b^2}, \quad p_{cc} \sim 1 - \frac{8m_c^2}{3m_b^2} \qquad (\mathrm{A}.81)
$$

となり、さらにユニタリー条件

$$
\lambda_u + \lambda_c + \lambda_t = 0 \qquad (\mathrm{A}.82)
$$

を用いて

$$
\Gamma_{12} = \frac{G_F^2}{8\pi} B_B f_B^2 m_B m_b^2 \left[\lambda_t^2 + \frac{8}{3}\lambda_t \lambda_c \frac{m_c^2}{m_b^2}\right] \qquad (\mathrm{A}.83)
$$

を得る。

式 $(\mathrm{A}.78)$ と $(\mathrm{A}.83)$ から最終的に以下の式が得られる。

$$
\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \simeq -\frac{3\pi m_b^2}{m_t^2}\frac{1}{F(x_t)}\left(1 + \frac{8}{3}\frac{\lambda_c m_c^2}{\lambda_t m_b^2}\right) \qquad (\mathrm{A}.84)
$$

第 1 項は $|\Gamma_{12}/M_{12}|$ を与え、第 2 項は $\mathrm{Im}(\Gamma_{12}/M_{12})$ に寄与する。第 1 項 >>第 2 項であるために、Γ_{12}と M_{12}は殆ど同じ位相角を持つ。もし完全に

同じであれば式 $(\mathrm{A}.51)$ から q/p は純粋な位相になりεは純虚数になる。このとき、$|\overline{B}^0>$の位相を適当に選ぶことで $q/p=1$ とできるために、$\varepsilon=0$ となり混合によるＣＰの破れは存在しない。つまり、ＣＰの破れが小さいとき、理由として２通り考えらる。

- $\mathrm{Im}M_{12}$、$\mathrm{Im}\Gamma_{12}$が共に小さく $|\varepsilon|$ が小さい
- M_{12}とΓ_{12}の位相がほぼ等しく、εが純虚数に近くなる。

Ｂ中間子系では後者が当てはまり、ちなみにＫ中間子系では前者が当てはまる。後者の場合式 $(\mathrm{A}.53)$ と $(\mathrm{A}.54)$ から

$$\Delta m \simeq 2|M_{12}|, \quad \Delta\Gamma \simeq |\Gamma_{12}| \tag{A.85}$$

が成り立つ。$\Delta\Gamma << \Gamma$と実験データ $x_d = 0.71 \pm 0.06[4]$ を使うと

$$\left|\frac{\Delta\Gamma}{\Delta m}\right| << 1 \tag{A.86}$$

がモデルに依らず成立しなければならないが、ここまでの議論から

$$\left|\frac{\Delta\Gamma}{\Delta m}\right| \simeq \left|\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}}\right| \simeq \frac{m_b^2}{m_t^2} < 0.01 << 1 \tag{A.87}$$

となり、ＫＭモデルは実験データに矛盾しないことが分かる。

さらに、$x = \Delta m/\Gamma$について

$$x_q = \frac{\Delta m_{B_q}}{\Gamma_{B_q}} = \tau_{B_Q}\frac{G_F^2 M_w^2}{6\pi^2} m_B \eta_{QCD} B_B f_B^2 |V_{tb}V_{tq}^*|^2 x_t F(x_t) \tag{A.88}$$

が導かれる。この式は B_dと B_sに共通であり、qは d、s を表す。$\tau_{B_d} \simeq \tau_{B_s} \simeq \tau_B$と置くと

$$\tau_B |V_{cb}|^2 = (3.5 \pm 0.6) \times 10^9 GeV^{-1} \tag{A.89}$$

$$(\sqrt{B_B} f_B)_{B_d} \sim (\sqrt{B_B} f_B)_{B_S} \sim (0.15 \pm 0.05) GeV \tag{A.90}$$

であると考えられるので、

$$\frac{x_s}{x_d} \sim \frac{|V_{ts}|^2}{|V_{td}|^2} = \frac{1}{\lambda^2[(1-\rho)^2+\eta^2]} \sim 4 - 10 \tag{A.91}$$

となる。これは実験事実とは矛盾していない。

上式から分かるように、x_sはＣＰの破れを表す変数ではないが、ユニ

タリー三角形の頂点の位置を$\rho = 1$からの円周上に固定することが分かる。また、$|V_{ub}|$は、原点からの半径$(\rho^2 + \eta^2)^{1/2}$を与えるので、x_sと$b \to ul\nu$の崩壊率を精密に測定すれば、ユニタリー三角形の頂点が求まるので、ＣＰの破れが直接検出されなくても間接的に決定できる。

ところが、重要なことはx_sの測定には困難が伴うということである。x_sを測定するためにB_sを生成しなければならない。e^+e^-衝突型加速器で効率よく作り出すために、$\Upsilon(5S)$状態を経由させることになる。残念ながら、後述する$\Upsilon(4S)$よりも$\Upsilon(5S)$は生成断面積が小さく、さらに$B_s\overline{B}_s$対への崩壊率も小さい。また、$x_s \sim 4 - 10$と、振動の周期が速いので直接測定するためには、非常に高い時間分解能(あるいは位置分解能)が要求される。そのために、KEK B-factoryではx_sを直接測定しない。

A.7 ＣＰ非保存の検証

A.7.1 レプトン非対称

ＣＰの破れは非対称

$$A_f \equiv \frac{\Gamma(B \to f) - \Gamma(\overline{B} \to \overline{f})}{\Gamma(B \to f) + \Gamma(\overline{B} \to \overline{f})} \tag{A.92}$$

を検出することによりその存在が検証できる。

Ｂ中間子は寿命が短いので、崩壊時刻の測定には困難を伴う。そこで、Ｂ中間子の準レプトン崩壊からのレプトンを見ることによって、B^0か$\overline{B}^0$を同定し、崩壊時刻を見ないという方法がある。式(A.62)~(A.66)から、時間で積分したものは以下のようになる。

$$P(B^0 \to B^0) = \int e^{-\Gamma t}(1 + \cos\Delta t)dt = \frac{1}{\Gamma}\frac{2 + x^2}{1 + x^2} \tag{A.93}$$

$$P(\overline{B}^0 \to \overline{B}^0) = P(B^0 \to B^0) \tag{A.94}$$

$$P(B^0 \to \overline{B}^0) = \int e^{-\Gamma t}(1 - \cos\Delta t)dt = \frac{1}{\Gamma}\left|\frac{q}{p}\right|^2 \frac{x^2}{1 + x^2} \tag{A.95}$$

$$P(\overline{B}^0 \to B^0) = \left|\frac{p}{q}\right|^4 P(B^0 \to \overline{B}^0) = \frac{1}{\Gamma}\left|\frac{p}{q}\right|^2 \frac{x^2}{1 + x^2} \tag{A.96}$$

さらに、混合状態と非混合状態の比rを取ると以下を得る。

$$r \equiv \frac{P(B^0 \to \overline{B}^0)}{P(B^0 \to B^0)} = \frac{\Gamma(B^0 \to \overline{B}^0 \to l^-)}{\Gamma(B^0 \to l^+)} = \left|\frac{q}{p}\right|^2 \frac{x^2}{2 + x^2} \tag{A.97}$$

$$\overline{r} \equiv \frac{P(\overline{B}^0 \to B^0)}{P(\overline{B}^0 \to \overline{B}^0)} = \frac{\Gamma(\overline{B}^0 \to B^0 \to l^+)}{\Gamma(\overline{B}^0 \to l^-)} = \left|\frac{p}{q}\right|^2 \frac{x^2}{2+x^2} \quad (\mathrm{A}.98)$$

$$(\mathrm{A}.99)$$

実験的には、B^0と$\overline{B}^0$を同時に作り、準レプトン崩壊で出てくるレプトンを見れば親のＢ中間子が分かる。このとき、後述するように$\Upsilon(4S)$状態を経由させると、$B^0\overline{B}^0$対の状態で生成できる。この状態で $B^0(\overline{B}^0)$ が混合を通して、$\overline{B}^0(B^0)$ に変わって崩壊したとすると、出てくるレプトンは同符号になる。このときの事象数をＮとすると非対称は以下のようになる。

$$\begin{aligned} A_f &= \frac{N(l^-l^-) - N(l^+l^+)}{N(l^-l^-) + N(l^+l^+)} \\ &= \frac{r-\overline{r}}{r+\overline{r}} = \frac{\left|\frac{q}{p}\right|^2 - \left|\frac{p}{q}\right|^2}{\left|\frac{q}{p}\right|^2 + \left|\frac{p}{q}\right|^2} \simeq -4\mathrm{Re}\varepsilon \end{aligned} \quad (\mathrm{A}.100)$$

これから、ＣＰの破れが検証できる。ところで、式 $(\mathrm{A}.50)$ と $(\mathrm{A}.86)$ から

$$\left|\frac{q}{p}\right|^2 = \left|\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}\right|^2 \simeq 1 - 4\mathrm{Re}\varepsilon \simeq 1 - \mathrm{Im}\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \quad (\mathrm{A}.101)$$

なので、式 $(\mathrm{A}.84)$ から

$$\begin{aligned} \mathrm{Re}\varepsilon &\simeq \frac{1}{4}\mathrm{Im}\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \simeq \frac{4\pi m_c^2}{m_t^2 F(x_t)}\mathrm{Im}\frac{V_{cb}V_{cd}^*}{V_{tb}V_{td}^*} \\ &\simeq O(10^{-4}) \end{aligned} \quad (\mathrm{A}.102)$$

となる。結局、レプトン非対称を用いたＣＰの破れの検証、すなわちεの測定は非常に困難になる。しかし、ＣＰの破れの原因が質量行列にのみあるとする、超弱理論 (Super Weak Interaction theory) が正しければ、ＣＰ非保存の検証はこのような反応に頼らなくてはならない。

A.7.2 ＣＰ固有状態への崩壊

ＣＰの破れがＫＭ行列起因である場合は、崩壊反応にも効果が現れる可能性があり、実験の選択肢が大きく増す。この中でも特に有望なのは、終状態が

- ハドロン
- ＣＰの固有状態

- 崩壊振幅にただ1種の過程が優勢に効く

のようになるときである。最後の過程は弱相互作用による位相が、強い相互作用効果によって変わらないためである。

式 (A.56) と (A.57) から、終状態 $f, \overline{f}$への崩壊幅を計算すると以下のようになる。

$$\Gamma(B^0 \to f) = \frac{1}{2}|A(f)|^2 e^{-\Gamma t} \times[(1+|\beta|^2) + (1-|\beta|^2)\cos\Delta m t + 2\mathrm{Im}(\beta)\sin\Delta m t] \quad (A.103)$$

$$\Gamma(\overline{B}^0 \to \overline{f}) = \frac{1}{2}|\overline{A}(\overline{f})|^2 e^{-\Gamma t} \times[(1+|\overline{\beta}|^2) + (1-|\overline{\beta}|^2)\cos\Delta m t + 2\mathrm{Im}(\overline{\beta})\sin\Delta m t] \quad (A.104)$$

ただし、

$$A(f) = < f|T|B^0 >, \quad \overline{A}(\overline{f}) = < \overline{f}|T|\overline{B}^0 >$$

$$\beta = \frac{q}{p}\overline{\rho}_f, \qquad \overline{\beta} = \frac{p}{q}\rho_{\overline{f}}$$

$$\overline{\rho}_f = \frac{< f|T|\overline{B}^0 >}{< f|T|B^0 >}, \quad \rho_{\overline{f}} = \frac{< \overline{f}|T|B^0 >}{< \overline{f}|T|\overline{B}^0 >}$$

ＣＰＴ保存が成立すると以下のようになる。

$$< f|T|B^0 >= Ce^{i\delta}, \qquad < \overline{f}|T|\overline{B}^0 >= C^* e^{i\delta} \quad (A.105)$$

$$< f|T|\overline{B}^0 >= De^{i\delta}, \qquad < \overline{f}|T|B^0 >= D^* e^{i\delta} \quad (A.106)$$

$$\therefore \quad \rho_{\overline{f}} = \overline{\rho}_f^* \quad (A.107)$$

さらに、終状態をＣＰの固有状態に選ぶと

$$CP|f >= |\overline{f} >= \pm|f > \quad (A.108)$$

となるので、$|C| = |D|$ となり、$\overline{\rho}_f$は純粋な位相になる。

$$\overline{\rho}_f = (\rho_{\overline{f}})^* = e^{-2i\alpha} \quad (A.109)$$

また、q/p について、式 (A.51) と (A.86) から

$$\frac{q}{p} \simeq \frac{M_{12}^*}{M_{12}} \simeq \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*} \simeq \frac{V_{td}}{V_{td}^*} \equiv e^{-2i\gamma} \quad (A.110)$$

となる。これから

$$\beta = e^{-2i(\gamma+\alpha)} = e^{-2i\phi} \quad (A.111)$$

$$\overline{\beta} = e^{2i(\gamma+\alpha)} = e^{2i\phi} \quad (A.112)$$

を得、式 $(\mathrm{A}.104)$ に代入して

$$\Gamma(B^0 \to f) \sim e^{-\Gamma t}(1 - \sin 2\phi \sin \Delta m t) \tag{A.113}$$
$$\Gamma(\overline{B}^0 \to \overline{f}) \sim e^{-\Gamma t}(1 + \sin 2\phi \sin \Delta m t) \tag{A.114}$$

したがって、非対称パラメータは以下のようになる。

$$A_f = \frac{\Gamma(B^0 \to f;t) - \Gamma(\overline{B}^0 \to \overline{f};t)}{\Gamma(B^0 \to f;t) + \Gamma(\overline{B}^0 \to \overline{f};t)} = -\sin 2\phi \sin \Delta m t \tag{A.115}$$

A.7.3 崩壊モードとＫＭ行列の位相

前節で求めた非対称から調べられる物理量ϕは、$\beta = (q/p)\overline{\rho}_f$の位相である。これは、質量行列にある効果 (q/p) と崩壊振幅にある効果 $(\overline{\rho}_f)$ を組合わせたものである。いま、ＣＰの破れを見るモードとして

$$B^0 \to J/\psi K_s \tag{A.116}$$

を考える。このモードに優勢に効くファインマンダイアグラムを図 $\mathrm{A}.4(\mathrm{a})$ に示す。この図から、崩壊過程は $b \to c$ 遷移であり[7]、振幅は $V_{cb}V_{cs}^*$を含

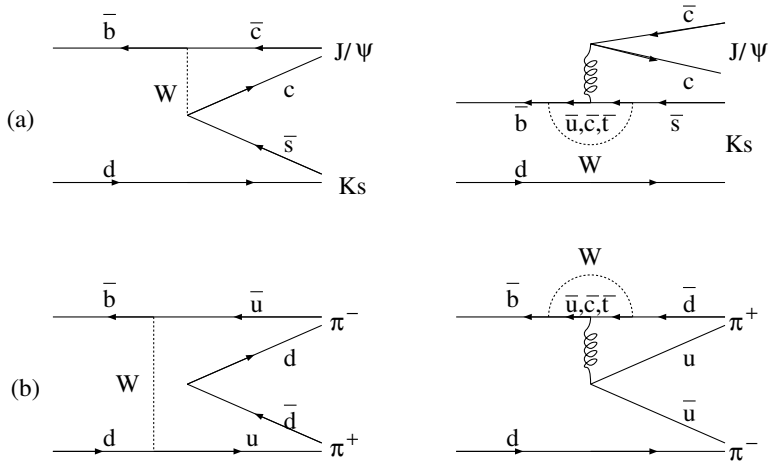

図 $\mathrm{A}.4$: ＣＰの破れを見るモード。$(\mathrm{a})B^0 \to J/\psi K_s (b)B^0 \to \pi\pi$。右側は左と同じ崩壊モードを与えるペンギンダイアグラム。ペンギンダイアグラムでは、強い相互作用効果のために位相がずれるので、雑音になる。

む。よって、$\overline{\rho}_f$は

$$\overline{\rho}_f \propto \frac{V_{cb}V_{cs}^*}{V_{cb}^*V_{cs}} \tag{A.117}$$

となり、ＫＭ行列の Wolfenstein 表示の $O(\lambda^3)$ までの近似を取る限り、位相を含まない。q/p は V_{td}/V_{td}^*を含むので全体の位相φ は

$$B \to J/\psi K_s : \phi = \phi_1 = \gamma, \quad \gamma = -\frac{1}{2}Arg\left[\frac{V_{td}}{V_{td}^*}\right] \tag{A.118}$$

から決定される。ここで、ϕ_1は図 A.1にある角である。

他のモードとして

$$B^0 \to \pi^+\pi^- \tag{A.119}$$

を考える。これは図 A.4(b) のダイアグラムが寄与する。この過程は $b \to u$ 遷移で前と同様にして考えると

$$B \to \pi^+\pi^- : \phi = \phi_2 = \gamma + \alpha, \quad \alpha = -\frac{V_{ub}}{V_{ub}^*} \tag{A.120}$$

となる。この場合の位相角φ は混合パラメータの位相角と崩壊振幅の位相角α の和になっている。
同じようにしてϕ_3に関係する崩壊過程は

$$B_s \to \rho^0 K_s \tag{A.121}$$

などが考えられるが、KEK B-factory では前に述べた理由から、B_s状態を用いない。そこでϕ_3に関しては、ここでは触れないが、他の工夫された方法を用いて測定される [24]。

A.7.4 CP の破れの位相における雑音

前節での議論は、ある特定の振幅 (図 A.4の左側) だけが寄与するとして考えた。しかし、実際には同じ崩壊過程を与え、かつ、強い相互作用を含む振幅が存在する。このうち最も簡単なものは、同じ図の左側にあるペンギンダイアグラムである。

主過程の振幅を A_D、位相をα_Dとし、ペンギンダイアグラムについて、それぞれ A_P、α_Pとする。非対称 A は

$$\sim \left|\frac{A_P}{A_D}\right| \sin(\alpha_D - \alpha_P) \tag{A.122}$$

[7]荷電共役を取った図を考える。位相についての考察では、本質的に同じ。

程度の変更を受ける。ペンギンダイアグラムの中間状態には u, c, t が寄与するが、u, c の場合は運動量遷移が m_b程度で、ＫＭ行列以外の力学過程に

$$\sim \frac{\alpha_s}{12\pi} \ln \frac{m_w^2}{m_b^2} \tag{A.123}$$

に比例する寄与を与える [14]。ユニタリティより

$$V_{ub}V_{uq}^* + V_{cb}V_{cq}^* = -V_{tb}V_{tq}^* \tag{A.124}$$

なので、A_Pの位相は t クォークで決定されることになる。
$B \to J/\psi K_s$の場合は

$$\begin{array}{l} A_D \sim V_{cb}V_{cs}^* \sim A\lambda^2 \\ A_P \sim V_{tb}V_{ts}^* \sim A\lambda^2 \end{array} \to \alpha_D - \alpha_P = 0 \tag{A.125}$$

$B \to \pi^+\pi^-$の場合は

$$\begin{array}{l} A_D \sim V_{ub}V_{ud}^* \sim \lambda^3 e^{-\alpha} \\ A_P \sim V_{tb}V_{td}^* \sim \lambda^3 e^{\gamma} \end{array} \to \alpha_D - \alpha_P \neq 0 \tag{A.126}$$

となる。ペンギンダイアグラムでは、グルーオン交換より式 (A.123) の抑圧因子がかかるので、寄与は小さいと考えられるが、評価には理論的不定性が大きい。非対称の変更は 2 つのモードについて

$$\begin{array}{rcl} B \to J/\psi K_s & : & \text{数\%以下} \\ B \to \pi^+\pi^- & : & \text{最高 } 20\% \end{array}$$

となる。したがって、$B \to J/\psi K_s$のモードが雑音が少なく、ＣＰの破れを検証することができると考えられる。本文でこのモードについてのみ議論したのはそのためである。

ただし、$B \to \pi^+\pi^-$のモードにおけるペンギンダイアグラムの寄与は、

$$B^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^0 \tag{A.127}$$

$$B^0(\overline{B}^0) \to \pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0 \tag{A.128}$$

の 6 種類のモードについて崩壊率を測定することによって分離できる [15]。

A.8 非対称 B-factory

前節では、親の $B^0, \overline{B}^0$状態は分かっているとして議論した。しかし、実際の実験では $B^0, \overline{B}^0$対として生成する。これはＢ中間子を効率よく生

成するために、$\Upsilon(4S)$ や$\Upsilon(5S)$ 状態を通すためである (ただし、$\Upsilon(5S)$ 状態ではB中間子対は $B\overline{B}^*$)。このうち、$\Upsilon(4S)$ の方が生成断面積が高いので KEK B-factory ではこの状態を通す。このとき、スピンと軌道角運動量の考察から、生成されるB中間子対は軌道角運動量Ｌ=1 の $B\overline{B}$の組合わせしかないことが分かる。この状態の波動関数は以下のように書ける。

$$|\psi>=|B^0\overline{B}^0>+CP|B^0\overline{B}^0>=|B^0\overline{B}^0>-|\overline{B}^0B^0> \qquad (A.129)$$

ＣＰの破れを、終状態 fがハドロンのＣＰ固有状態であるときの非対称から測定する場合を考える。このとき、親のB中間子の状態を知る必要がある。対で生成された $B^0\overline{B}^0$のうち、一つが時刻 t_1に $B^0(\overline{B}^0)$ として崩壊したとする (準レプトン崩壊から出てくるレプトンの符号を見ることによって同定できる)。このとき、もう一つのB中間子は波動関数の反対称性から、必ず$\overline{B}^0(B^0)$ 状態になっている[8]。このもう一つのB中間子がＣＰの固有状態に崩壊する時刻 t_2を見ればよいことになる。

いま、粒子 $1(2)$ が時刻 $t_1(t_2)$ に量子状態 $k_1(k_2)$ にある波動関数を以下のようにする。

$$|\psi(t_1,t_2)>=|B^0;t_1,k_1>|\overline{B}^0;t_2,k_2>-|\overline{B}^0;t_2,k_2>|B^0;t_1,k_1> \qquad (A.130)$$

粒子 1 が時刻 t_1に量子状態 k_1で、B^0として崩壊したとする。これは$<f|B^0>\neq 0, <f|\overline{B}^0>=0$ のような終状態、例えば l^+が観測されることを意味する。

$$\begin{aligned}<B^0;k_1,t_1|\psi(t_1,t_2)>&=<f|T|B^0>\\ &\times[f_+(t_1)|\overline{B}^0;k_2,t_2>-\frac{p}{q}f_-(t_1)|B^0;k_2,t_2>]\end{aligned} \qquad (A.131)$$

さらに粒子 2 が時刻 t_2でＣＰの固有状態 f'に崩壊したとすると

$$\begin{aligned}<B^0(t_1)f'(t_2)|\psi(t_1,t_2)>&=<f|T|B^0>\\ &\times\left[f_+(t_1)\left(f_+(t_+(t_2)\overline{\rho}_f+\frac{p}{q}f_-(t_2)\right)\right.\\ &\left.-\frac{p}{q}f_-(t_1)\left(f_+(t_2)+\frac{q}{p}\overline{\rho}_f f_-(t_2)\right)\right] \qquad (A.132)\\ &=<f|T|B^0>\left(\frac{p}{q}\right)[\beta F(t_1,t_2)+G(t_1,t_2)] \qquad (A.133)\end{aligned}$$

[8]これは 2 粒子を十分離れた 2 点で ($c\Delta t<\Delta x$ なら因果律が効かない) 独立に測定したときに、相関が無いはずであるというアインシュタイン-ローゼン-ボドルスキーパラドックスに対する一つの反例となる。

ただし、

$$F(t_1,t_2) = f_+(t_1)f_+(t_2) - f_-(t_1)f_-(t_2) \tag{A.134}$$

$$= e^{-iM(t_1+t_2)}e^{-(\Gamma/2)(t_1+t_2)}\cos\frac{\Delta m}{2}(t_1-t_2) \tag{A.135}$$

$$G(t_1,t_2) = f_+(t_1)f_-(t_2) - f_-(t_1)f_+(t_2) \tag{A.136}$$

$$= ie^{-iM(t_1+t_2)}e^{-(\Gamma/2)(t_1+t_2)}\sin\frac{\Delta m}{2}(t_1-t_2) \tag{A.137}$$

同様に、粒子 1 が時刻 t_1に$\overline{B}^0$として崩壊し、粒子 2 が時刻 t_2にＣＰの固有状態に崩壊するとするときは

$$< \overline{B}^0(t_1)f'(t_2)|\psi(t_1,t_2) > = - < f|T|B^0 > [F(t_1,t_2) + \beta G(t_1,t_2)] \tag{A.138}$$

これから、以下の崩壊幅を得る。

$$\Gamma(B^0(t_1), f(t_2)) \sim e^{-\Gamma(t_1+t_2)}(1 - \sin 2\phi \sin\Delta m(t_1-t_2)) \tag{A.139}$$

$$\Gamma(\overline{B}^0(t_1), f(t_2)) \sim e^{-\Gamma(t_1+t_2)}(1 + \sin 2\phi \sin\Delta m(t_1-t_2)) \tag{A.140}$$

$$\tag{A.141}$$

よって、このときの非対称パラメータは

$$A_f = \frac{\Gamma(B^0,f) - \Gamma(\overline{B}^0,f)}{\Gamma(B^0,f) + \Gamma(\overline{B}^0,f)} = -\sin 2\phi \sin\Delta m(t_1-t_2) \tag{A.142}$$

となる。この式から粒子 1,2 を独立に測定して、終状態だけを見るとき、すなわち、t_1と t_2を独立に積分すると、非対称パラメータ A_{CP}は０になる。このため、崩壊時刻の時間差$\Delta t = t_1 - t_2$を観測することが重要になる。結局、ＣＰ非保存を検証する非対称パラメータ A_{CP}は

$$A_{CP} = \frac{\Gamma(B^0,f) - \Gamma(\overline{B}^0,f)}{\Gamma(B^0,f) + \Gamma(\overline{B}^0,f)} = -\sin 2\phi \sin\Delta m\Delta t \tag{A.143}$$

となる。本文中にある A_{CP}は fが $J/\psi K_s$の状態であり、そのため$\phi = \phi_1$となっている。また、符号が違うのはϕの位相の定義の仕方の違いからである。

最後にΔt に要求される分解能がどのようにして出てくるかを述べる。崩壊モードは $B \to J/\psi K_s$とし、$\overline{B}$はレプトンもしくは K^+で同定するも

のとする。

いま、非対称度Ａのとき、統計的有意度[9]を n にするための事象数は

$$N > n^2 \frac{1-A^2}{A^2} \tag{A.144}$$

このとき、加速器に必要な積分輝度 (Integrated Luminosity)$\int \mathcal{L}dt$ は以下の式で与えられる。

$$\int \mathcal{L}dt = \left(\frac{n}{A}\right)^2 [\sigma \cdot f \cdot 2B \cdot \varepsilon_r \cdot \varepsilon_t]^{-1} \tag{A.145}$$

$$A = (1-2w) \cdot d \cdot \sin 2\phi \tag{A.146}$$

ただし、

n : 統計的有意度

A : 非対称の大きさ

σ : $e^+e^- \to \Upsilon(4S)$ の断面積

f : $\Upsilon(4S) \to B^0\overline{B}^0$の分岐比

B : 上記以外の全ての分岐比の積

$= \mathrm{BR}(B^0 \to J/\psi K_s)\mathrm{BR}(J/\psi \to l^+l^-)\mathrm{BR}(K_s \to \pi^+\pi^-)$

ε_t : 粒子 1 の識別効率 ($l^\pm$または $K^\pm$)

ε_r : 粒子 2 の再現効率 $= \varepsilon(J/\psi) \cdot \varepsilon(K_s)$

w : 識別誤認率

d : 非対称の薄め因子

$\sin 2\phi$: 物理的非対称の大きさ

ここで、d 以外は対称とする物理によって与えられると考えられる。d は、非対称パラメータにおいて、Δt 分解能の分だけ積分しなければならないことを表している。つまり、この因子の中にΔt の分解能の寄与がある。

計画では、輝度は$\sim 10^{33-34}/\mathrm{cm}^2/sec$ を目標にしている。仮に、１年に $10^7 sec(\sim 100$ 日) 運転できるとすると、積分輝度は

$$\int \mathcal{L}dt \sim 10^{40-41}/\mathrm{cm}^2/sec \tag{A.147}$$

となる。式 (A.145) と (A.146) から d に要求される値が決まり、分解能が決定される。現在は$\sigma(\Delta t) \sim \tau/2$ と考えられている。

結局、KEK B-factory では非常に高い輝度と非常に高いΔt 分解能を実現することが決め手になる。

[9]中央値の差Δs の統計誤差σ に対す比$\Delta s/\sigma$のこと

付録 B

シリコンマイクロストリップ検出器における静電容量の計算

様々な、シリコンマイクロストリップ検出器について、直接静電容量を測定する実験が行なわれている。それらの実験から、シリコンマイクロストリップ検出器についての実験式が得られている。ここでは、今回のデザインにあたって用いた実験式について述べる。

par

まず、以下のような変数について定義しておく。

L	検出器におけるストリップの長さ (cm)
D	検出器の幅 (cm)
p_p	p 型ストリップの間隔 (μm)
p_n	n 型ストリップの間隔 (μm)
C_b	１本のストリップと反対側の面の間の静電容量 (pF)
C_i	隣のストリップとの間の静電容量 (pF)
C_r	DML とストリップの間の静電容量 (pF)
C_{ov}	DML と z ストリップの間の静電容量 (=4.1 fF/交差回数)
C_f	その他の静電容量 (=3pF)
N_{strip}	z ストリップの数
N_{read}	DML における読み出し電極の本数
N_{gang}	ギャンギング回数

さらに、今回のデザインでは以下の値について仮定した。これは、今後最適化の研究余地があると思われる量である。

W_{sp}	p 型ストリップの幅 $\sim 10\ \mu$m
W_{sn}	n 型ストリップの幅 $\sim 30\ \mu$m ($50\ \mu$m ストリップ間隔については $20\ \mu$m)
W_{sp}	p ストップ・ストリップ[1]の幅 $W_{ps} \sim p_n - W_{sn} - 10\mu$m

また、読みだし電極の幅は 7μm とし、DML は n 型ストリップの面についているとした。

これらの変数を用いた、シリコンマイクロ検出器の静電容量を求める式は、実験的に以下のような定式であることが分かっている。

r$-\phi$ strip (p 型ストリップ)

$$\begin{aligned} \mathbf{C_D} &= \mathbf{C_b} + \mathbf{2C_i} + \mathbf{C_f} \qquad \text{(B.1)} \\ C_b &= (0.053 + 0.0024 p_p) \times L\ (pF) \\ C_i &= 0.45 + 0.55(W_{sp}/p_p) = 0.45 + 0.55 \times (10\mu m/p_p) \times L \end{aligned}$$

z strip (n 型ストリップ)

$$\begin{aligned} \mathbf{C_D} &= (\mathbf{C_b} + \mathbf{2C_i}) \times \mathbf{N_{gang}} + \mathbf{2C_r} + \mathbf{C_{ov}} \times \mathbf{N_{over}} + \mathbf{C_f} \qquad \text{(B.2)} \\ N_{over} &\sim N_{zstrip} + N_{gang} \times N_{read} \\ C_b &= 0.0024(pF/\mu m/cm) \times p_n \times D \\ 2C_i &= 4.35(W_{sn}/p_n) - 1.45(W_{sp}/p_n) + 1.59(pF/cm) \times D \\ C_r &= 0.27(pF/cm) \times L \end{aligned}$$

これらの式から、検出器の静電容量を小さくするためには、検出器の長さを短くし、ストリップ間隔を広くすればいいことが分かる。

付録 C

広間隔ストリップにおける位置分解能シミュレーション

今回、バーテックス検出器をデザインするにあたって、広間隔ストリップ構造を持つ、シリコンマイクロストリップ検出器の位置分解能の情報が必要であった。しかし、広間隔ストリップ検出器での位置分解能のデータは、未だほとんどない。そこで、シミュレーションによって位置分解能を求めることにした。ここでは、そのシミュレーションについて述べる。

一般に、ある物質を荷電粒子が通過する時に、その粒子が物質中で失うエネルギーの分布は Landau 分布に従う。この分布は以下の式で与えられる [18]。

$$f_L(x,\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}(\lambda+\exp(-\lambda))\right] \tag{C.1}$$

ただし

$$\lambda = \frac{\Delta-\Delta_0}{\xi}$$

$$\Delta = \frac{dE}{dx} \qquad \text{(reduced energy variable)}$$

$$\xi = 2\pi N_a r_e^2 m_e \rho \frac{Z}{A}\left(\frac{z}{\beta}\right)^2$$

N_a : アボガド ロ数

r_e^2 : 電子の古典半径

m_e : 電子の質量

Z、z : 通過する物質の原子数と入射粒子の電荷
ρ : 通過する物質の密度
$\beta = v/c$: v... 入射粒子の速さ、c... 光速
Δ_0 = dE/dx の平均 (most probable energy)

Δ_0は Bethe-Bloch の式によって与えられる [19]。

$$\Delta_0 = 2\kappa \left[\ln \left(\frac{2m_e e^2 \beta^2 \gamma^2}{I_{eff}} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right] \qquad \text{(C.2)}$$

ただし、

$\kappa = \dfrac{1.783 \times 10^{-2}}{\beta^2}$ keV/μm in silicon
$I_{eff} = 174eV$[20]
δ : 密度補正パラメーター [21]

入射粒子に電子や陽電子を考える時は、この式を変更しなければならない。ただ、今回は入射粒子をπ 粒子としたので、この式を用いた。

ところが、シリコン中で荷電粒子が失うエネルギーは、原子の束縛の効果のため Landau 分布とはあまり合わない。この影響を含ませるためには、Landau 分布をガウス分布でぼかさなければならない [22]。

$$f(x, \Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x \delta_2}} \int_{-\infty}^{\infty} f_L(x, \Delta - y) e^{-y^2/2x\delta_2} dy \qquad \text{(C.3)}$$

ここで、x は荷電粒子が通過したシリコンの厚み、δ_2は文献 [22] に出てくるパラメーターである。シリコン検出器を通過する荷電粒子は、この分布にしたがってエネルギーを失うとした。

荷電粒子がシリコン検出器を通過するときに、飛跡を 20μm 刻みで区切ってエネルギー損失を計算する。この区間でシリコンに与えられたエネルギーは、電子と正孔対となってストリップに集められる。このときに、分散が起こる。

図 C.1の様なモデルを考える。ここで U_Dは検出器全体を空乏化するのに必要な逆バイアス電圧で、Uは実際に印加されている電圧である (UU_D)。図のように座標系を取ると、空乏層領域に生じている電場はポアソン方

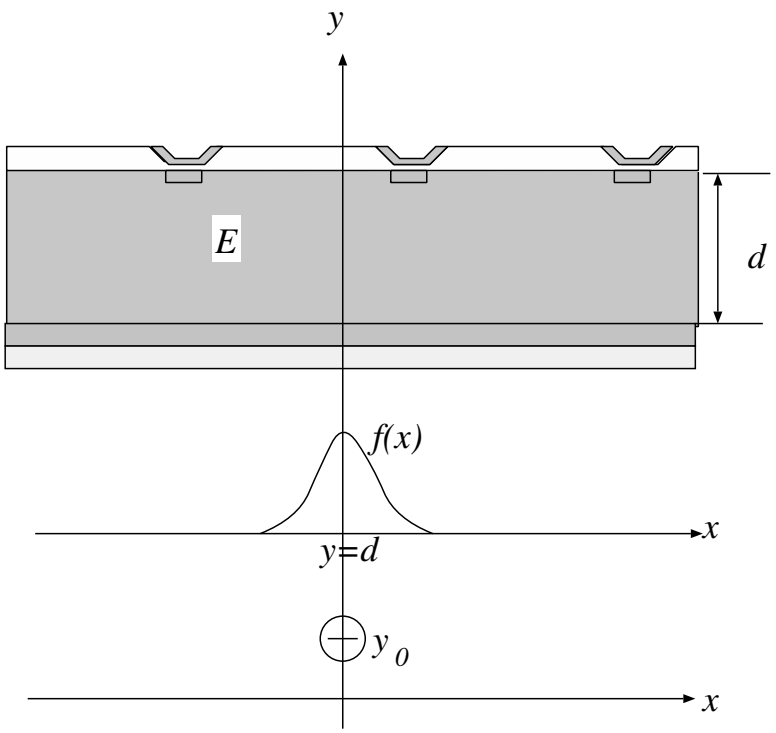

図 C.1: 電荷の分散モデル。シリコンマイクロストリップ検出器の厚みを d、読みだしストリップに直交し、検出器に対して平行な軸を x 軸、垂直な軸を y 軸、x,y 軸に直交する軸を z 軸とする。さらに、検出器全体を空乏化するために必要な逆バイアス電圧を U_D、実際にかかっている電圧を U とする。

程式を解くことによって

$$E(y) = \left[\frac{U-U_D}{d} + \frac{2U_D y}{d^2}\right] \quad \text{(C.4)}$$

$$\mathbf{E} = (0, E(y), 0) \quad \text{(C.5)}$$

となる。ただし、d は検出器の厚みである。

$y = y_0$でエネルギー損失による電荷が発生して、y=d にある検出器まで移動する時間は、電荷の易動度をμ_eとして

$$v = \frac{dy}{dt} = \mu_e E(y) \quad \text{(C.6)}$$

を解くことによって得られる。上式と式 C.4を使うと

$$t(y_0) = -\frac{d^2}{2\mu U_D} \ln\left(1 - \frac{2U_D(d-y_0)}{(U+U_D)d}\right) \quad \text{(C.7)}$$

となる。ただし、電子を考える時は運動方向が逆になることを考慮して

$$t(y_0) = \frac{d^2}{2\mu U_D} \ln\left(1 + \frac{2U_D y_0}{(U-U_D)d}\right) \quad \text{(C.8)}$$

となる。このとき、時刻 t での分散による電荷密度分布 C(x,y,z,t) は

$$C(x,y,z,t) = \frac{1}{4\pi Dtd} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{4Dt}\right) \quad \text{(C.9)}$$

ただし、 $D = \dfrac{kT\mu}{q}$

k : ボルツマン定数

q : 素電荷

T : 電荷の実効温度

で与えられる。ストリップの方向については位置ような分布だと仮定して、z について積分すると

$$C(x,y,t) = \int_{-\infty}^{\infty} C(x,y,z,t)dz \quad \text{(C.10)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}d} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right) \quad \text{(C.11)}$$

さらに、電荷が作られた点の大きさが有限であることを考慮するために、$\delta = \sqrt{2Dt_0}$の r.m.s. [1] の半径をもつような領域であるとすると、x,y 方向の電荷密度分布は

$$C(x,y,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D(t+t_0)d}} \exp\left(-\frac{x^2}{4D(t+t_0)}\right) \tag{C.12}$$

となる。この式を y について積分すると x 方向の電荷密度分布が得られる。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D}d} \int_0^d \frac{dy}{\sqrt{t+t_0}} \exp\left(-\frac{x^2}{4D(t+t_0)}\right) \tag{C.13}$$

ここで、t は電荷の y 位置の関数として式 C.8で与えらえれる。

具体的に、今回は通過する荷電粒子の飛跡を 20μm の区間にわけ、そこでのエネルギー損失を式 C.3の分布にしたがって発生させ、この領域を有限の大きさとして、式 C.13からストリップに集まる電荷を求める (図 C.2)。そして、ストリップに集められた電荷は、本分中で述べたコンデンサーのネットワークを通じて読みだし電極に入り、ＡＤＣ値として認識される。このときにノイズをガウス分布で与える。

以上の手順で、シリコンマイクロストリップ検出器からのＡＤＣ分布を作り、AC 法を用いて位置分解能を求めた。

[1] r.m.s.:root mean square

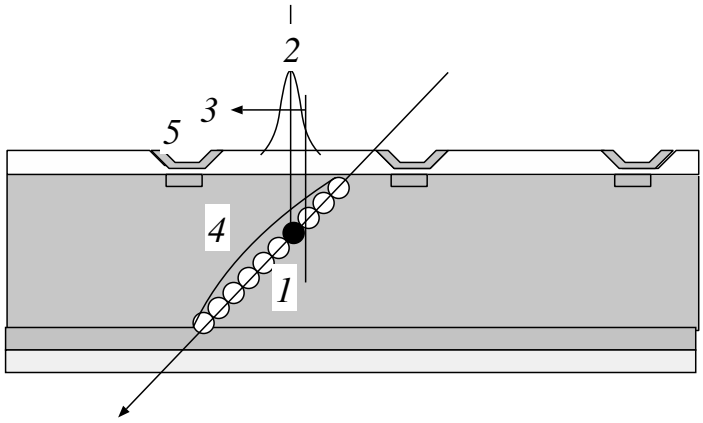

図 C.2: 広間隔ストリップにおけるシミュレーション。１. 検出器を通過する荷電粒子の飛跡を $20\mu\mathrm{m}$ の微小区間に分ける。２. エネルギー損失を求め、電荷分散の電荷密度分布を求める。ただし、このとき、有限な大きさの効果を含ませるため、分布の中心を本分中のδの大きさでランダムにばらつかせる。３. ストリップ間の中央で電荷を分ける。４. ２ ~ ３の手順をすべての微小区間について行なう。５. コンデンサーネットワークモデルにしたがって読みだし電極の電荷を求め、ＡＤＣ分布とする。
１ ~ ５の手順によるシリコンマイクロストリップ検出器のＡＤＣ分布をもとに位置分解能を求める。

付録 D

100μm 間隔における位置分解能のビームテスト

今回、位置分解能を求めるのに用いたシミュレーションを評価するために、ビームテストを行なった。ただし、本来は広間隔ストリップ検出器で行なうべきだが、実際に手に入れることができた検出器は、ストリップ間隔が 101 μm であった。そこで、このテストでは 101 μm ストリップ間隔における振る舞いを調べることになる。

D.1 ビームテストのセットアップ

実験

- 1994 年 11 月 10 日 AM 1:35 ~ 8:30
- KEK (筑波高エネルギー研究所) PS(12GeV 陽子シンクロトロン) $\pi 2$ beam line
- π^- 運動量 3.5Gev/c ($\Delta p/p = 1\%$) のビーム

この実験のセットアップを図 D.1に示す。

付録 Cで述べたように、位置分解能は粒子が「本当」に通過した位置 (y_{true}) と、検出器によって「測定される」通過位置 (y_{meas}) の分布から定義される。そこで、y_{true}を割り出すために、図のように 4 枚の片面検出器を用いる。この、片面検出器はストリップ間隔が 25 μm で読み出し間隔が 50 μm である。これらの検出器は、文献 [5] の実験で用いられたものと同じであり、垂直入射に対して 6 μm の位置分解能を持つ。2 枚を

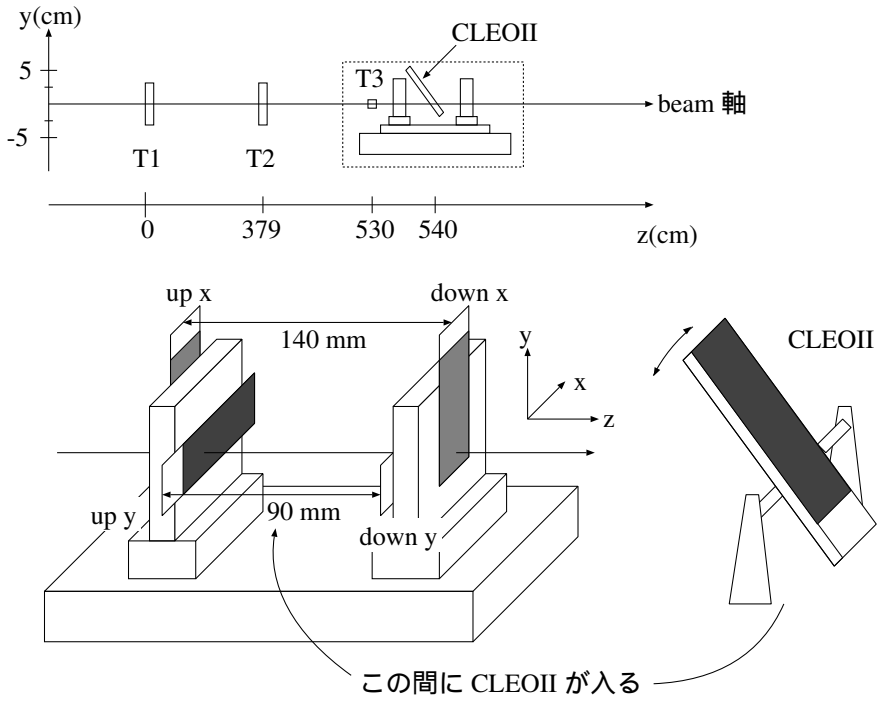

図 D.1: ビームテストのセットアップ。3.5 Gev のπ^-粒子を用いた。トリガーとしては図中の T_1, T_2, T_3のシンチレーターを粒子が通過することを要求した。

垂直に組み合わせることによって、x-y の情報が得られ、その組み合わせを 2 組用いることで、粒子の軌跡を再現することができる。これらの検出器を「リファレンス検出器」と呼ぶことにする。

リファレンス検出器の間に、位置分解能を測定したい検出器を設置する。今回の実験では、CLEOII[28] で用いられる両面検出器の位置分解能を測定した。以下、今回測定した検出器を CLEOII 検出器と言う。表 D.1 に仕様を示す。

表 D.1: ビームテストに用いた CLEOII 検出器

ストリップ	幅	間隔	本数	間隔	チャンネル数
p 型ストリップ	10 μm	28.5 μm	1005 本	114 μm	252
n 型ストリップ	10	101	756	101	252

構造	全体の長さ	幅	有感領域の長さ	幅	厚み
	81.270 mm	30.128 mm	76.356 mm	28.728 mm	300 μm

p 型ストリップは、ストリップを 3 本おきに読み出しており、n 型ストリップは 3 回ギャンギングを行なっている。今回のデザインにおける評価を行ないたいので、n 型ストリップの位置分解能について測定を行なった。

ただ、非常に残念なことに今回用いた検出器は、静電容量が一部電気的に破壊されたものであった。これは、漏れ電流を増やす結果を生じ、ノイズが極端に高くなった。後に述べるが、S/N ~ 10 程度になった。

D.2 解析

実験で得られるデータは、リファレンス検出器と CLEOII 検出器の各チャンネルのＡＤＣ値である。図 D.2に典型的な得られるＡＤＣ値分布を示す。各チャンネルで、粒子が通過していないときの値、つまりオフセット値が異なるために、このままではシグナルが判定できない。そこで、この分布について解析を行なっていくことになる。

まず、リファレンス検出器の解析について述べた後、CLEOII 検出器の解析について述べる。

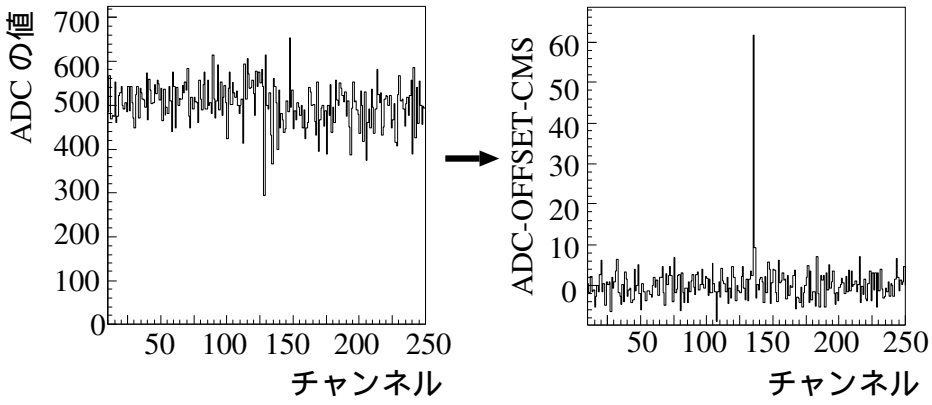

図 D.2: ビームテストで得られる典型的なＡＤＣ値分布。各チャンネルのオフセットが異なるために、シグナルが分からない (左図)。意味のある分布にするために、オフセット、コモンモードシフトを計算しなくてはならない (右図)。

D.2.1 オフセット

オフセットとは先に述べたように、各チャンネルが持っている固有の値で、粒子の通過に伴う電荷がないときのＡＤＣ値である。すなわち、基準となる値である。

実際には、ノイズのふらつきがあるので、粒子のあたっていないときの平均を考えなければならない。ある i 番目の事象におけるオフセットは、以下のような式で求められる。

$$OFFSET^i = \sum_{j=1}^{N} ADC_j \qquad \text{(D.1)}$$

ただし、N は i 番目を過去 N事象さかのぼって和を取ることを意味する。ところが、オフセットは時間依存性を持つので各事象毎に更新する必要がある。そこで、今回は式 (D.1) を以下のように変更してオフセットを計算した。

$$OFFSET^i = \frac{N_{update}-1}{N_{update}} OFFSET^{i-1} + \frac{1}{N_{update}} ADC^i \qquad \text{(D.2)}$$

この計算のとき、荷電粒子が通過したときのＡＤＣ値は大きくなってしまうので、ノイズの 3 倍以上のものはオフセットの計算から外してある。

D.2.2　コモンモードシフト

今回用いた検出器の読み出しシステムでは、コモンモードシフト (CMS:Common Mode Shift) と言われるノイズが乗ることがある。これは全チャンネルに、一斉にノイズが乗る現象で図 D.3のようなものである。このＣＭＳは、読

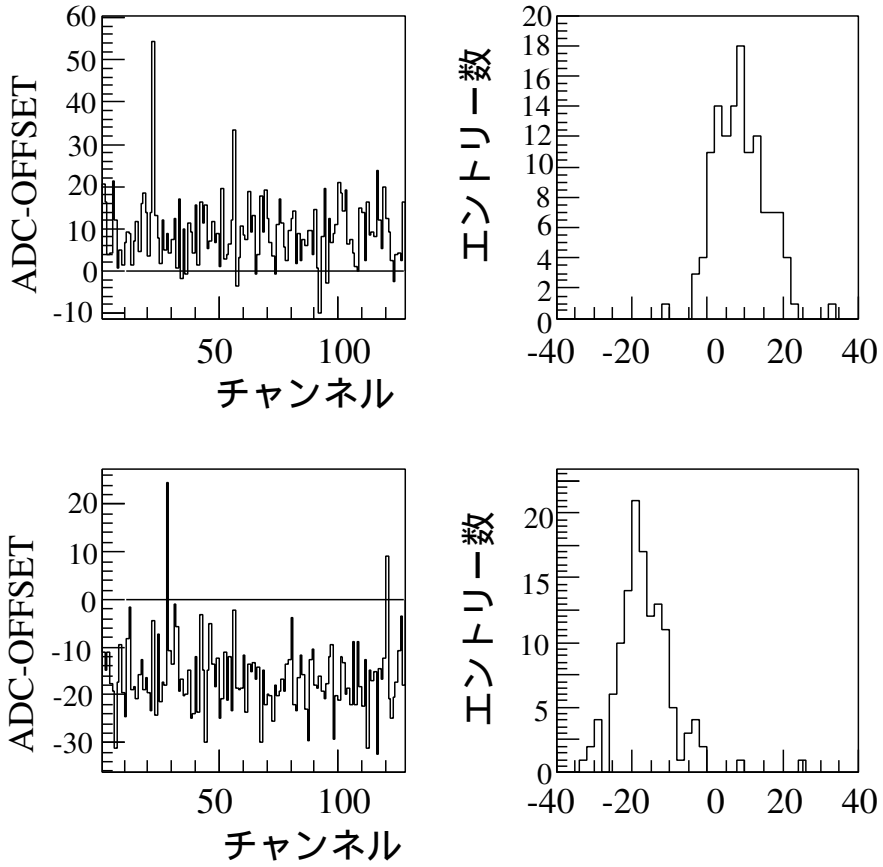

図 D.3: CMS の典型的な事象例。左図は各チャンネルの ADC-OFFSET をプロットしてある。全チャンネルに一斉にノイズが乗っている。右図が、そのヒストグラム。原因は確かなことは不明であるが、電源系統と考えられている。

み出しアンプ毎に値が異なる。そこで、各アンプ毎に全チャンネルの ADC-OFFSET のヒストグラムを作る。すると、ＣＭＳが無いときは 0 を中心とした、ノイズの幅をもつガウス分布をするはずである。全チャンネルに一斉にノイズが乗ったときは、中心値がその分だけずれると考えられる。そこで、各事象毎にアンプ毎に全チャンネルのヒストグラムを作り、ガウス分布でフィットして中心値をＣＭＳとして計算した。

D.2.3 ノイズ

ADC-OFFSET-CMS から、各チャンネルにおける、意味のある信号を得ることになる。この信号は 0 を中心にふらついていて、これがノイズと考えられる。そこで、チャンネル毎に全事象を用いて ADC-OFFSET-CMS の信号のヒストグラムを作る。このヒストグラムで、0 付近のガウス分布から、その幅を各チャンネルのノイズと定義する。

また、後で S/N 比を求めるときに必要になる検出器全体のノイズは、全チャンネルの ADC-OFFSET-CMS のヒストグラムにおいて、1 チャンネルのときと同様に 0 付近のガウス分布から求める。図 D.4はこの分布を表している。

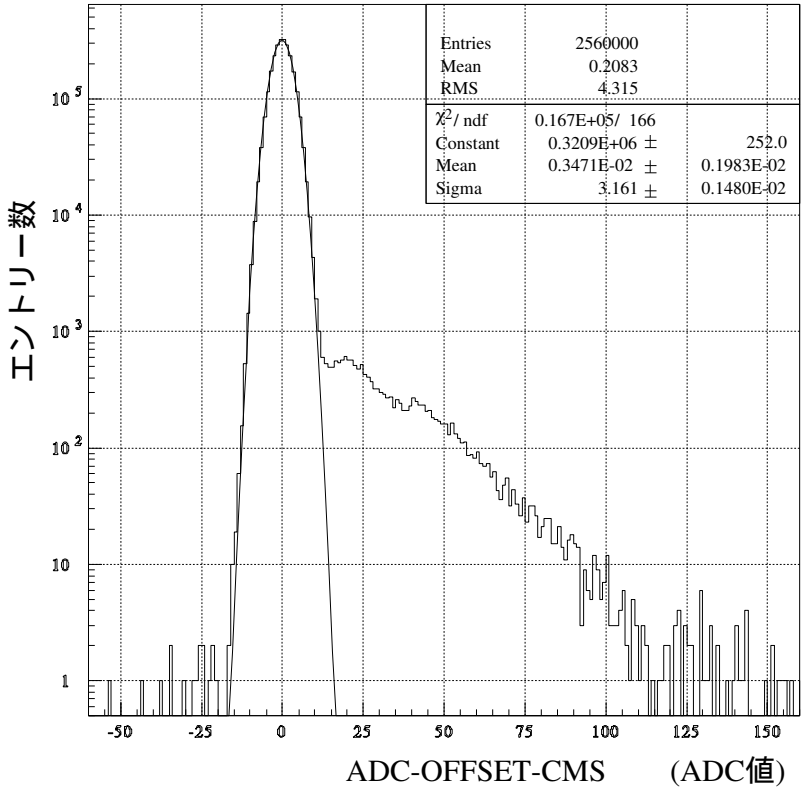

図 D.4: 検出器のノイズ。全チャンネルの ADC-OFFSET-CMS のヒストグラム。0 付近のガウス分布の幅を、この検出器のノイズとする。右側の裾野は、荷電粒子の通過によるシグナルの影響を表している。

D.2.4 クラスター (リファレンス検出器)

ここまでの処理から、各チャンネルにおいて意味のある信号

$$Q_i = ADC_i - OFFSET_i - CMS_i \tag{D.3}$$

が得られる。このQ_iの分布から、粒子の通過位置を割り出すことになる。ここでは、リファレンス検出器における粒子の通過位置の求め方について述べる。

本分中でも述べたように、粒子の通過位置を求めるためにクラスターを見つけることが重要になる。リファレンス検出器では、以前の実験 [5] から、クラスターの幅は 2 チャンネル以内と分かっている。そこで、連続する 2 チャンネルのQ_iの和を取っていき、最大のものをクラスターとする。

$$Q_{cluster} = \mathrm{MAX}\{Q^1_{sum}, Q^2_{sum}, \cdots, Q^i_{sum}, \cdots\} \tag{D.4}$$

ただし、
$$Q^i_{sum} = \sum_{j=i}^{i+1} Q_j \tag{D.5}$$

このクラスターで荷電重心を取り、粒子の通過位置 X とする。

$$X = \frac{Q_i x_i + Q_{i+1} x_{i+1}}{Q_i + Q_{i+1}} = \frac{Q_i x_i + Q_{i+1} x_{i+1}}{Q_{cluster}} \tag{D.6}$$

このようにして、定義された粒子の通過位置の分布を図 D.5に示す。

４枚のリファレンス検出器のうち、down x 検出器でピークが見える。これは、ビームが一様に当たっている実験条件から考えるとおかしい (他の検出器ではこの様なピークは見えない)。このピークは、今回の実験で特に見られた現象によるものである。オフセットの値が、ある事象において非連続的に変動する現象である。典型的な例が図 D.6で、あるチャンネルの ADC 値を 10000 事象について追っていったものである。

このとき、ＡＤＣ値が跳ね上がっている事象以降で、数１０事象数がQ_i =ADC-OFFSET-CMS の値が大きくなる (OFFSET の計算により、50 事象数程度続けば、Q_iの値は小さくなる)。このため、この数 10 事象分だけクラスターがこのチャンネルに集中することになる。したがって、余分なピークが生じる。

この「偽」のクラスターを落とすために、角度によるカットを考える。これは、荷電粒子のビームが、ほとんど一定方向 (z 方向) を向いているこ

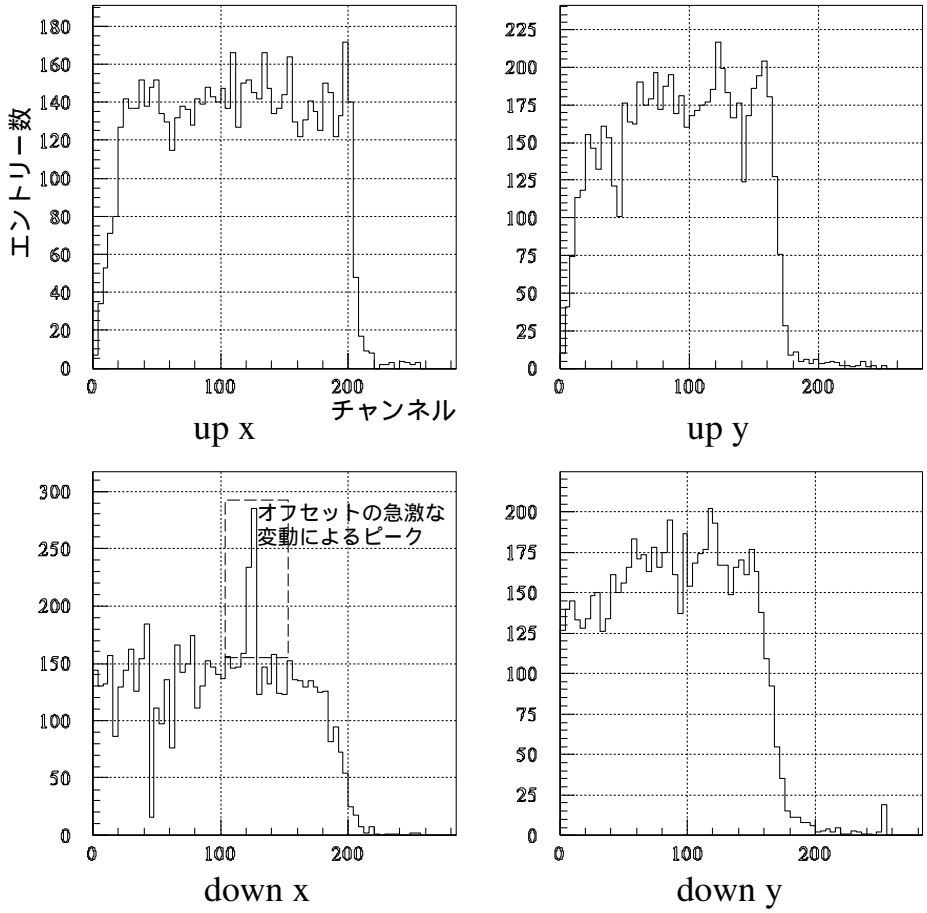

図 D.5: リファレンス検出器のクラスター分布 (角度カット前)。横軸に各検出器のチャンネルの値をとってある。down x の検出器でオフセットの急激な変動によるピークが見えている。

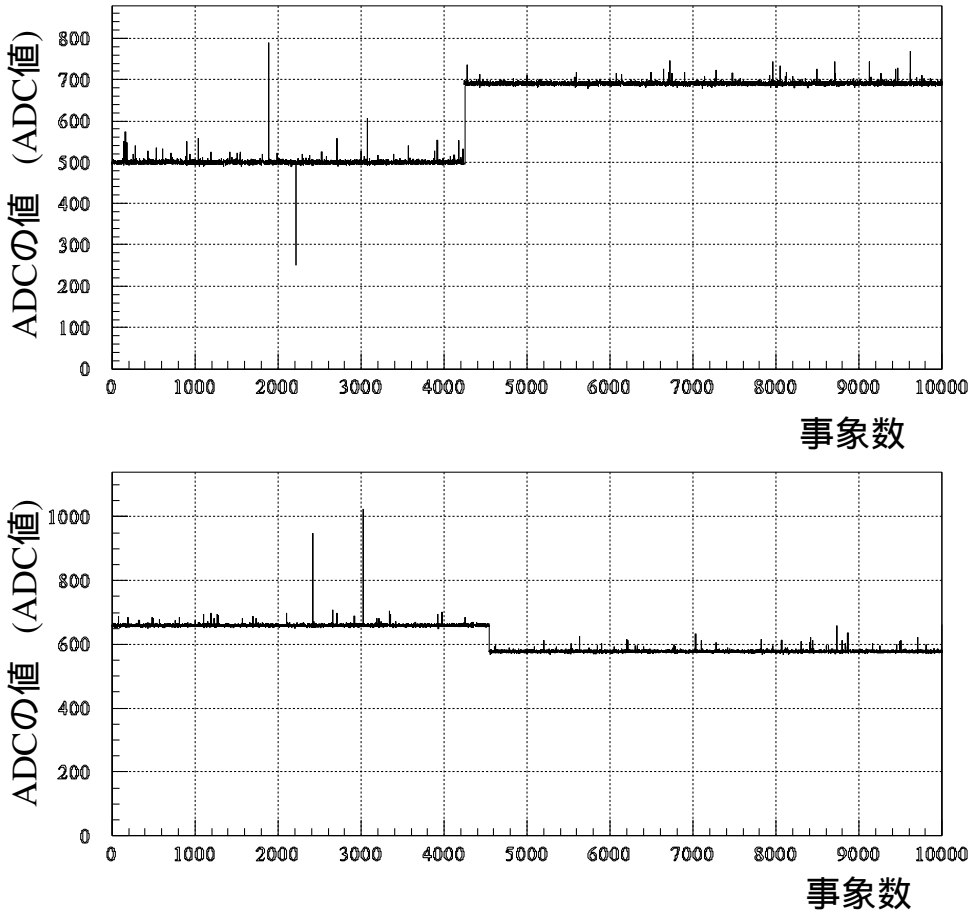

図 D.6: オフセットの急激な変動。あるチャンネルについて、ADC の値を 10000 事象について、追っていったものである。上のチャンネルは、急激にオフセットが跳ね上がっている所より数 10 事象、クラスターと見なしてしまう。また、下のような場合もあった。このときは、オフセットが下がっているところ以降、数 10 事象はクラスターを見つけることができない。このような、現象が生じる原因は不明である。

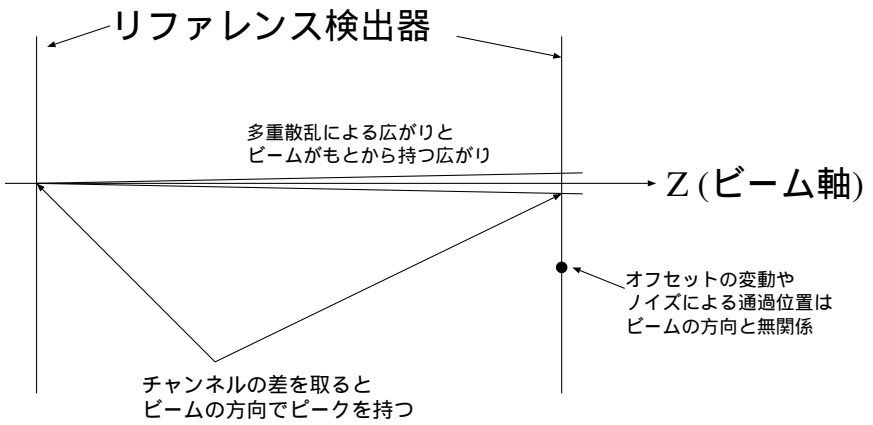

図 D.7: 角度によるカットの考え方。ビームは近似的に、z 軸に沿ってリファレンス検出器に入射するとする。このとき、上流と下流の検出器で、荷電粒子の通過位置の差を取ると、ビームの方向が分かる。ノイズなどによる偽の飛跡は、この方向とは無関係になるのでカットできる

とを使う。図 D.7に考え方を示す。ビームが z 軸方向を向いているために、上流と下流のリファレンス検出器での通過位置を結ぶと z 軸方向を向いているはずである (飛跡の再構成)。実際には、上流と下流の検出器での荷電粒子の通過位置の差を取ると、z 軸に対応するチャンネルの組合わせの場所にピークを作るはずである。ノイズなどによる偽の飛跡は、z 軸方向を向くとは限らないので、ピークの外側をカットすることにより、この様な事象は外すことができる。図 D.8に、カットの例を示す。この角度によるカット後の通過位置の分布を図 D.9に示す。以前あった、オフセットの急激な変動によるピークが消失していることが分かる。これらの、シグナル Q_iのヒストグラムを作ると図 D.10 になる (ただし、入射角 0 度)。各検出器ともランダウ分布をしていることが分かる。この分布からシグナルの大きさが分かり、前に求めたノイズの大きさとの比から S/N 比が分かる。表 D.2に S/N 比の結果を示す。これらの値は、同じ型の検出器の別のテス

表 D.2: リファレンス検出器の S/N

	up x	up y	down x	down y
S/N	13.6±0.2	14.0±0.2	13.2±0.2	14.8±0.2

トから得られた値と同じであり、間違ったことをしていないことが分かる。

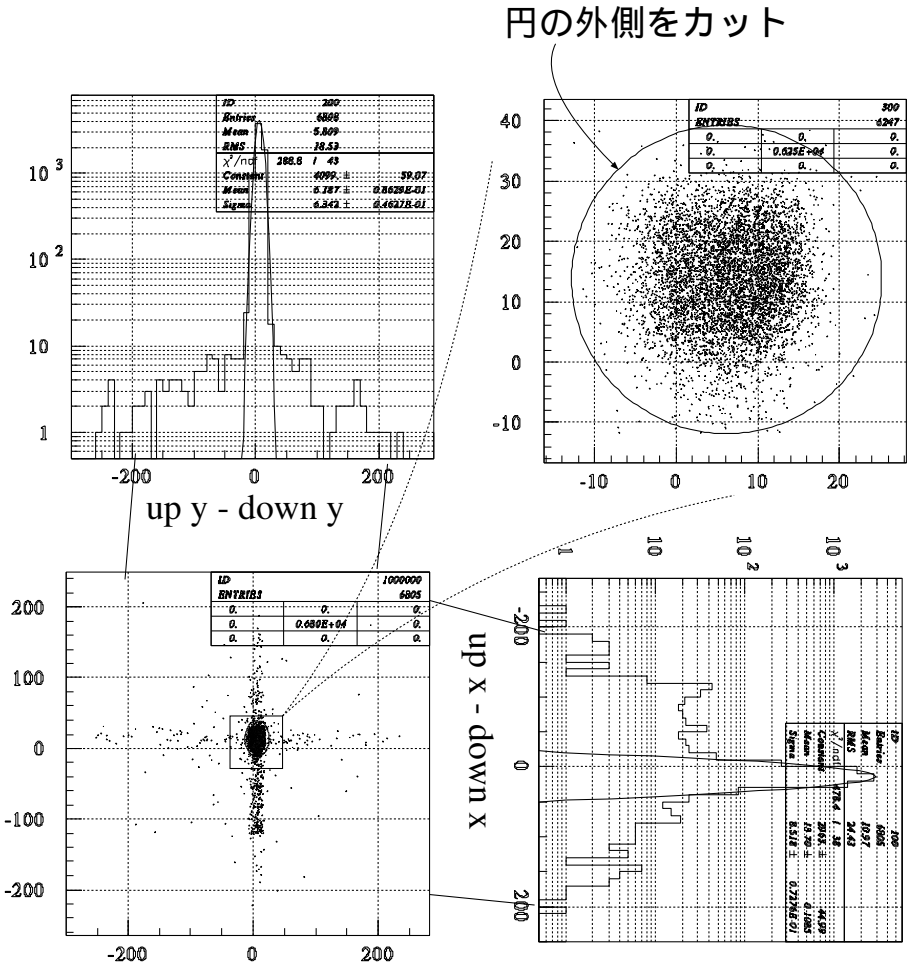

図 D.8: 角度によるカットの例。左下の図で、縦軸は up x と down x の粒子の通過位置の差。横軸は y 方向。x 方向と y 方向についてガウス分布でフィットし、それぞれの標準偏差σ_X, σ_yを求める (左上と右下の図)。$3\sigma_x, 3\sigma_y$の長さの短径と長径をもつ楕円の外側の事象をカットする (右上の図)。

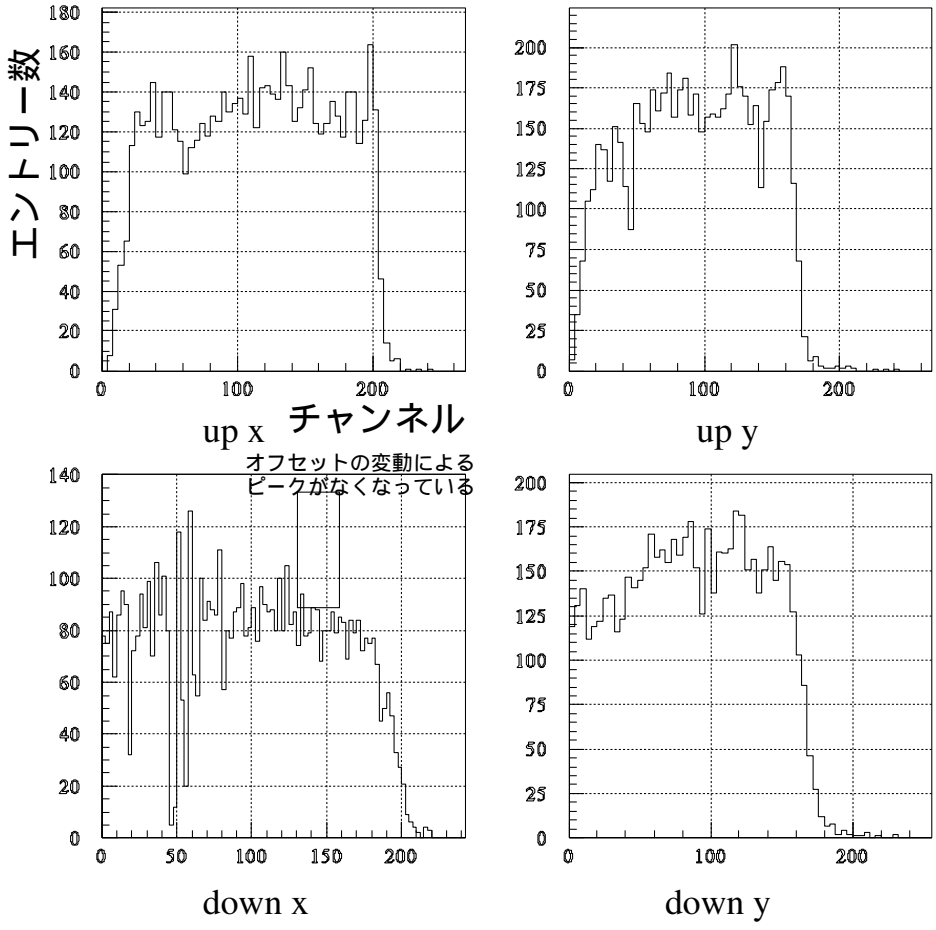

図 D.9: 角度によるカット後の通過位置分布

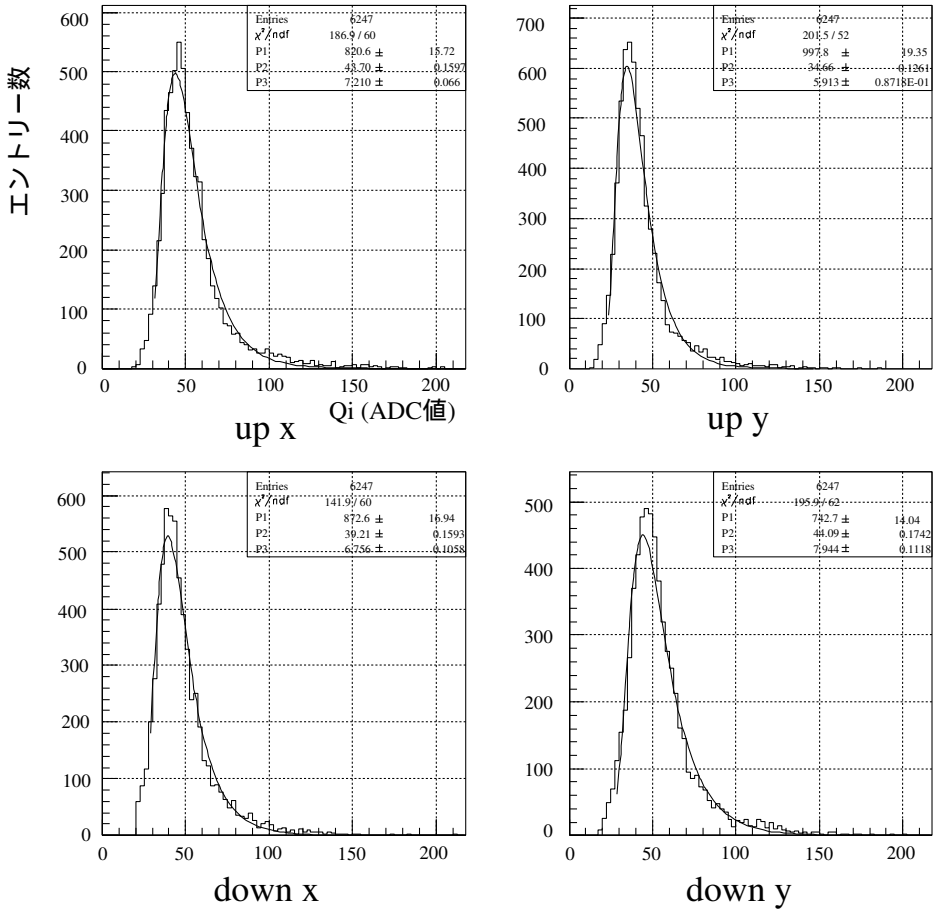

図 D.10: リファレンス検出器のシグナル。各検出器で角度カットをかけた後のクラスターの ADC-OFFSET-CMS の分布。各検出器ともランダウ分布をしていて、この分布からシグナルの大きさが分かる。

$0 \sim 35$ 度の入射角度について同様なカットを行なったが、10,000 事象のうち約 60%の事象が残った。

D.2.5 クラスター (CLEOII)

前節までで、リファレンス検出器の荷電粒子の通過位置が分かった。この通過位置をもとにして、CLEOII 上の荷電粒子の通過位置 y_{hit}が分かる。あとは CLEOII による粒子の通過位置 y_{cle}を求めればよい。ところが、今回の検出器では以前述べたように、非常に S/N が悪いのでリファレンス検出器と同じようなクラスターの見つけ方はできなかった。そこで、リファレンス検出器の情報を用いることにした。

y_{cle}は、y_{hit}の付近にあるはずである。そこで、各事象毎に y_{hit}の前後 5 チャンネルの中でクラスターを探すことにした。前後 5 チャンネルの領域で、2 チャンネルずつ ADC-OFFSET-CMS の和を取っていき、最大のものをクラスターとする。図 D.11にシグナルとノイズの分布を示す。この分布から S/N 比が求められる。シグナルの値を求める時は、ランダウ分布にノイズの染み込みがあるため、以下の値以上の領域でフィットした。

$$\sigma_{CUT} = 3 \times \sqrt{\sigma^2_{Noise} + \sigma^2_{Noise}} = 3\sqrt{2}\sigma_{Noise} \tag{D.7}$$

これは、2 チャンネルの ADC-OFFSET-CMS の和を取っているために、シグナル分布の中のノイズ成分が 2 乗和になっていることを表している。

最終的に S/N は

$$S/N = 9.8 \pm 0.3 \tag{D.8}$$

となった。

このクラスターから、荷電重心を取って y_{cle}を求める。

D.2.6 検出器の角度補正

y_{cle}が分かると、検出器の角度の補正ができる。これは、検出器を傾けて入射角をつけたわけだが、ストリップ間隔の情報を用いると、もっと正確に入射角を割り出すことができる。

図 D.12に考え方を示す。

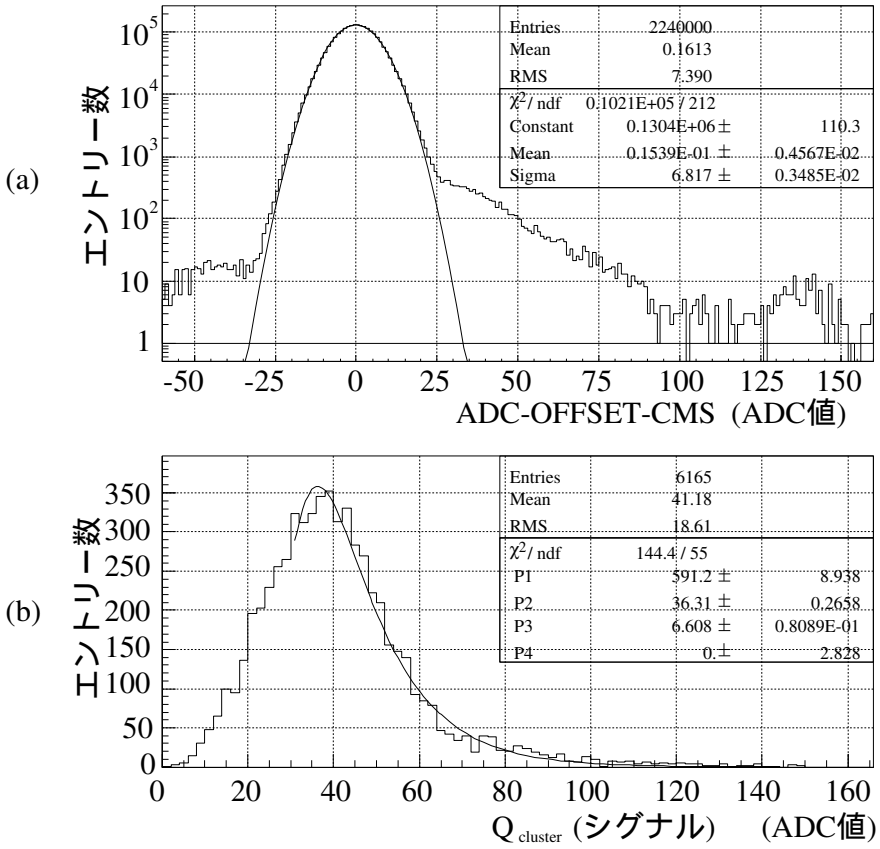

図 D.11: CLEOII のシグナルとノイズ。(a) ノイズ分布:全事象の ADC-OFFSET-CMS をプロットしてある。0 付近のガウス分布からノイズを求める。(b) シグナル分布: 入射角度のとき。シグナルの値を求めるために、ランダウ分布でフィットしなければならないが、ノイズの染み込みがあるために、ある値以上領域でフィットしてある。

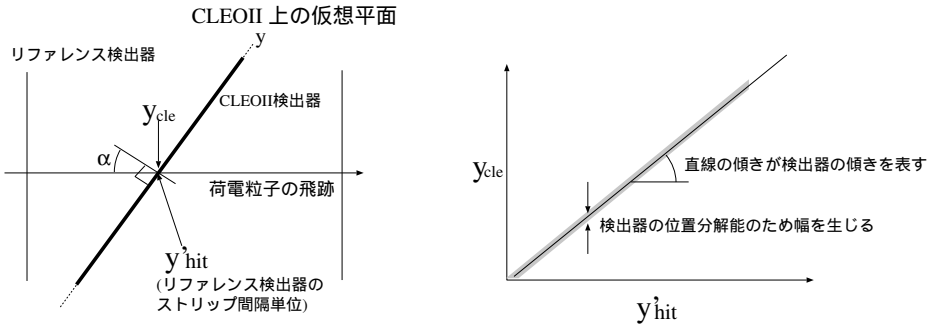

図 D.12: 入射角の補正。リファレンス検出器での飛跡と CLEOII の位置にある仮想平面との交点を考える。この交点の位置と y_{cle} の相関から検出器の角度が分かる。

リファレンス検出器で飛跡を再構成し、CLEOII の位置の仮想平面の通過点 y'_{hit} を求める。この y'_{hit} と y_{cle} の相関をプロットすると、

$$\frac{dy_{cle}}{dy'_{hit}} \sim \frac{CLEOII\text{のストリップ間隔}\ (101\mu m)}{\text{リファレンス検出器のストリップ間隔}\ (50\mu m)/\cos\alpha} \qquad \text{(D.9)}$$

という傾きをもった直線上に乗るはずである。ただし、αは入射角である。したがって、相関図の傾きを m とすると入射角αは以下の式で与えられる。

$$\alpha = \mathrm{Cos}^{-1}\left(\frac{50}{101}m\right) \qquad \text{(D.10)}$$

ただし、それぞれの検出器の位置分解能の分だけ、直線はぼやける。ノイズの染み込みを除いた y_{cle} は、一つの角度につき 4,000 事象程度あるので、この統計量から補正された角度は正確に決定され、0.1 度の精度で求めることができた。

さらに、x 方向の傾きがある。これは、図 D.13の様なときを考えている。CLEOII 上で同じチャンネルに属する y_{cle} があったとき、リファレンス検出器に対して CLEOII が x 方向に傾いていると、x の位置によって y_{hit} との距離が変化してしまう。この場合、最終的に求める $y_{hit} - y_{cle}$ の分布の幅を広げることになり、位置分解能は見かけ上悪くなってしまう。そこで、入射角の補正と同様に、リファレンス検出器から CLEOII 上での粒子の通過位置の x 座標 x_{hit} を求め、$y_{hit} - y_{cle}$ との相関を取り、補正を行なった。

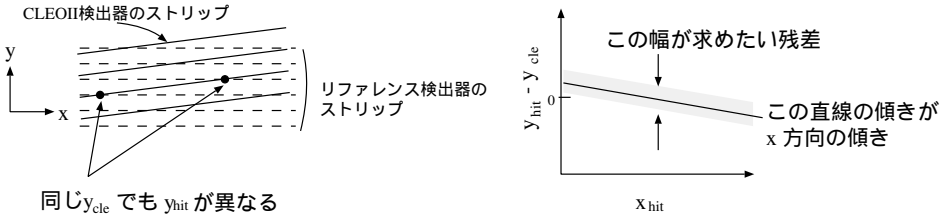

図 D.13: x 方向の傾き。CLEOII 上で同じ y 座標をもつ y_{cle}も、検出器が x 方向に傾いていると y_{hit}との距離が異なる。これは最後に求める位置分解能を見かけ上悪くしてしまう。

D.2.7 残差分布

前節までの処理から、最終的に残差 $y_{hit} - y_{cle}$の分布が得られる。図 D.14に典型的な残差分布を示す。この分布をガウス分布でフィットしたとき標準偏差$\sigma_{meas.}$から、位置分解能σ_{space}が割り出せる。$\sigma_{meas.}$の中には多重散乱の効果 (σ_{mul}) とリファレンス検出器の位置分解能の効果 (σ_{ref}) が入っている。したがって

$$\sigma^2_{meas.} = \sigma^2_{ref} + \sigma^2_{mul} + \sigma^2_{space} \tag{D.11}$$

という式からσ_{space}を求めることができる。σ_{ref}は [5] から 6μm、σ_{mul}は入射粒子の運動量が正確に分かっている $(3.5\mathrm{GeV})$ ので計算できる。σ_{mul}には CLEOII 検出器の物質量が効いてくるが、補正を考慮に入れた角度毎に計算を行なった。

D.3 結果

入射角 0,15,25,30,35 度について位置分解能を求めた。図 D.15に結果を示す。三角の点が今回の実験値であり、その下の点線状の点がシミュレーションの結果である。シミュレーションは、この論文でデザインを考える時に用いたものである。ただし、S/N 比が実験値と同じになるようにチューニングを行ない、さらにクラスターの見つけ方も、今回の実験と全く同じにしてある。見て分かる通り、シミュレーションとの一致は良くない。これは様々な原因が考えられるが、以下の原因が考えられる。

- 小角度入射のときはδ-ray 電子の影響で、実験値の方が位置分解能が悪くなる。シミュレーションにはこの効果は入っていない。

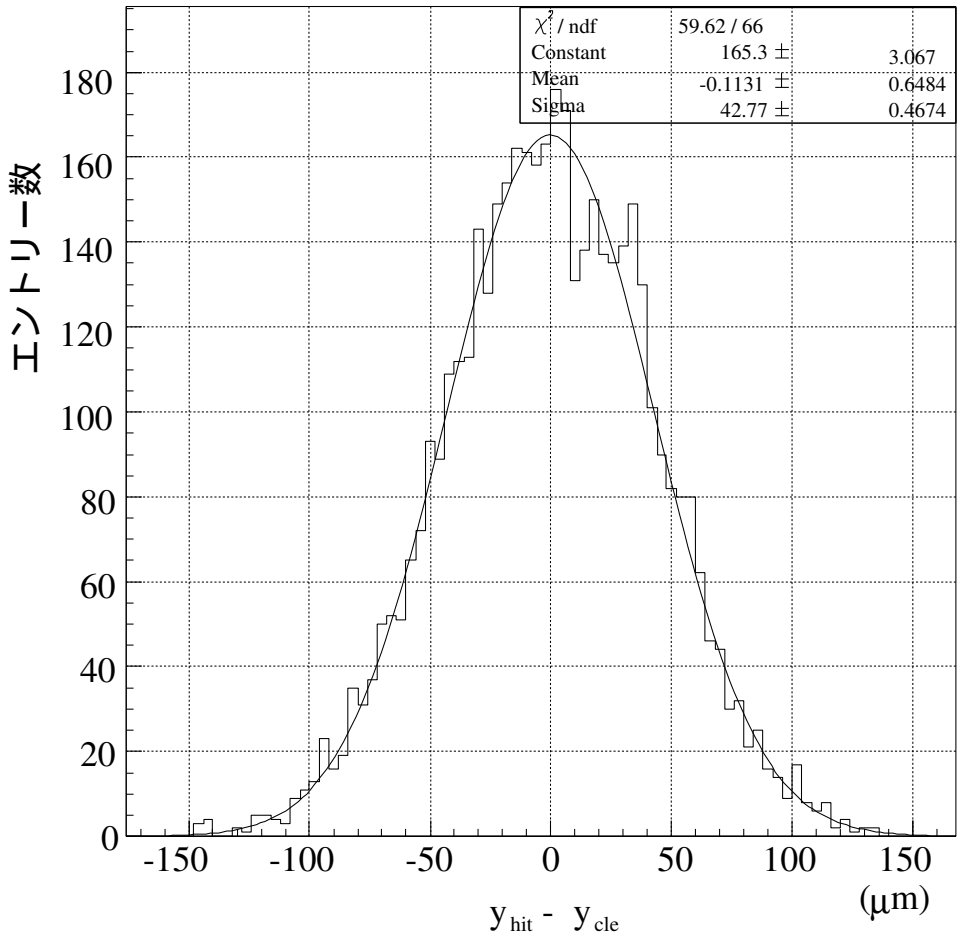

図 D.14: 典型的な残差分布。入射角 0 度の $y_{hit} - y_{cle}$の分布。単位はμm であり、この分布の中には位置分解能と多重散乱の効果が入っている。

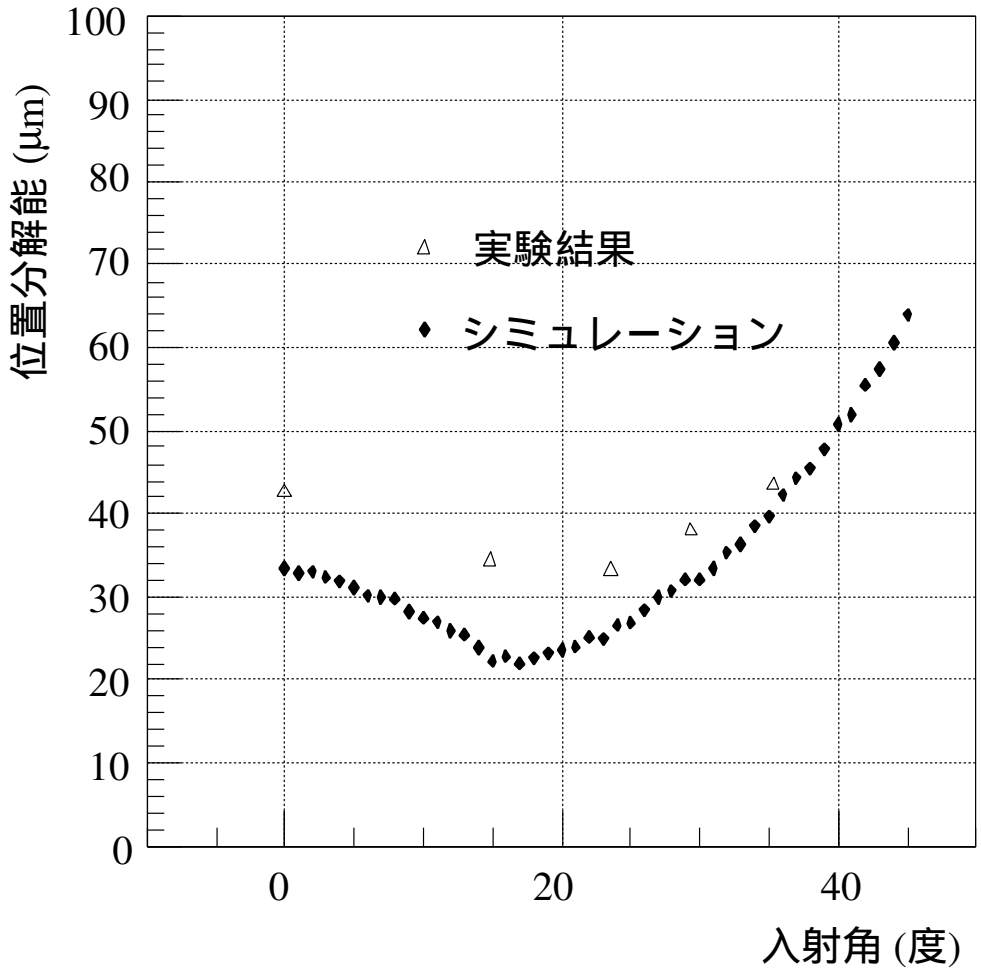

図 D.15: ビームテストの位置分解能の結果。三角の点が今回の実験結果で、点線状の点がシミュレーションの結果。シミュレーションは実験と同じ条件にしてある。

- シミュレーションのコンデンサーネットワークモデルには、DML の効果が入っていない。そのため、実験とシミュレーションで電荷分配が異なり、その効果が見えている。
- 今回用いた CLEOII の検出器は、静電容量が一部破れていたため、コンデンサーネットワークがシミュレーションの条件と変わってしまった。

ただし、35 度の点は良く合っている。さらに大きな入射角の実験を行なえば、最初の理由が合っているかどうか判定できる。

なお、1995 年に 200μm ストリップ間隔の検出器のビームテストが行なわれる予定である。このテストのデータから、広間隔ストリップ検出器の位置分解能のシミュレーションを考察することができると考えられる。

謝辞

本論文を終わるにあたって、この 2 年の間にお世話になった方々に、お礼を述べていきたいと思います。

高エネルギー物理学という、非常に深遠な学問を勉強する機会を与えて下さった、長島順清教授には心から感謝しています。様々な質問や意見を遠慮なく言える、この研究室で研究できたのも長島先生の指導のおかげだと思っています。奥深い知識と経験に裏打ちされた数々の貴重なご指導、ありがとうございました。

私の 2 年間に渡る修士過程において、日々忍耐強くご指導下さった幅淳二先生には感謝の言葉もありません。「高エネルギー物理学」の 1 歩も知らなかった私の見当違いな質問に、広範囲な知識を持って付き合っていただいたことも感謝しております。また、まかされた研究がなかなか捗らずご迷惑を掛けたことをこの場を借りてお詫びしておきます。 2 年間どうもありがとうございました。

私が研究室に入ってきたときに、もっとも驚いたことのひとつに計算機の環境が恵まれていた、ということがあります。これは、山中卓助教授の努力のおかげだと思っています。最初、計算機のいろはも分からなかった私が、ここまで成れたのも山中先生のおかげだと思っています。さらに、ミーティングにおいて、普段見落としていた重要な事柄をその鋭い洞察力で指摘していただいたことも感謝しています。ありがとうございました。

本来よそ者であった私の、不安を取り除いていただいた瀧田正人先生には大変感謝しています。内向的な私に、いろいろ肩肘の張らない話で話し掛けてくださったことに感謝しています。さらに、土曜や日曜にも大学にいらっしゃるので気さくに質問ができ、また、熱心に答えていただいてくれたことに感謝しています。ありがとうございました。これからも頑張ってください。

羽澄昌史先生は 1 年間という短い期間でしたが、知識の足らない私の様々な質問奇問に粘り強く答えてくださったことに感謝しています。ま

た、私の稚拙な英文を添削していただいたことも、感謝しています。ありがとうございました。

秘書の続木佐知子さんには、事務上の手続きなどで助けていただき、ありがとうございました。また、就職活動における励ましの言葉に大変感謝しています。

KEK の松田先生、尾崎先生、坪山先生、池田先生、福永先生、その他大勢の先生方達には非常に感謝しています。高エネルギー物理学の最前線で研究する場を与えていただいたことは決して忘れません。特に、尾崎先生には多くの助力、助言をいただきありがとうございました。この論文が存在するのもひとえに尾崎先生の助力があったからだと思っています。

博士過程在学中の、中家 さん、花井さん、原さん、辰巳さん、八木さん達には多くのことを教わりました。計算機についていろいろなことを教えていただき、私の世界が広がりました。ありがとうございました。

また、２年間共に学んできた、川崎君、辻君、花垣君、山口君にはいろいろな面で迷惑を掛けたことをお詫びします。

さらに、修士過程１年の、加藤君、さだもと君、千代君、そして学部の４年生達には無理難題を吹っ掛ける無責任な先輩ですいませんでした。これからも頑張ってください。

最後に、阪神大震災にあわれた方々に心からお見舞い申し上げ、阪神地区と北淡地区の１日も早い復興を心から願って、この論文を終わりたいと思います。

参考文献

[1] Christenson, Cronin, Fitch, Turlay, *Phys. Rev. Lett.* 13(1964) 138.

[2] M.Kobayashi, T.Maskawa, *Prog. Theor. Physics* 49(1973)652-657

[3] L. Wolfenstein (Carnegie Mellon U.), CMU-HEP84-20, n.d. (recd Dec 1984) 6pp. Published in Phys.Rev.D31:2381,1985.

[4] Particle Data Group, Review of Particle Properties *Phys. Rev.* D50(1994).

[5] H.Hanai et al.,*Nucl. Instr. Meth.* 314A(1992) 455.

[6] S. Weinberg, Phys. ReV. Lett. 19,1264(1967).;
A. Salam in Elementary Particle Theory, ed. N. Svartholm (Almquist and Wiksells, Stockholm, 1969)P. 367.;
S.L. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani, Phys. Rev. D2, 1285(1970).

[7] DELPHI Collaboration (P. Abreu, et al.), Phys.Lett.B327:386-396,1994.; DELPHI Collaboration (P. Abreu, et al.), CERN-PPE-94-031, Feb 1994. 18pp. Published in Nucl.Phys.B418:403-430,1994.;
L3 Collaboration (M. Acciarri, et al.), CERN-PPE-94-45, Mar 1994. 71pp. Published in Z.Phys.C62:551-576,1994.;
OPAL Collaboration (R. Akers, et al.), Z.Phys.C61:19,1994.;
OPAL Collaboration (R. Akers, et al.), Z.Phys.C61:357,1994.;
ALEPH Collaboration (D. Buskulic, et al.), CERN-PPE-94-030, Feb 1994. 21pp. Published in Z.Phys.C62:539-550,1994.

[8] C. Jarlskog, (Ed.) (Stockholm U.), 1989. SINGAPORE, SINGAPORE: WORLD SCIENTIFIC (1989) 723 P. (ADVANCED SERIES ON DIRECTIONS IN HIGH ENERGY PHYSICS, 3).

[9] By T. Inami, C.S. Lim (Tokyo U., Komaba), UT-KOMABA-80-8, May 1980. 29pp. Published in Prog.Theor.Phys.65:297,1981, ERRATUM-ibid.65:1772,1981.

[10] Frederick J. Gilman (SLAC), Mark B. Wise (Harvard U.), SLAC-PUB-2940, Jun 1982. 33pp. Published in Phys.Rev.D27:1128,1983.

[11] Frederick J. Gilman, Yosef Nir (SLAC), SLAC-PUB-5198, Feb 1990. 43pp. Published in Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.40:213-238,1990.

[12] A.J. Buras, W. Slominski, H. Steger (Munich, Max Planck Inst.), MPI-PAE/PTh 7/84, Feb 1984. 51pp. Published in Nucl.Phys.B245:369,1984.

[13] J.S. Hagelin (Harvard U.), 1981. In *Rochester 1981, Proceedings, What Can We Hope To Learn From B Meson Decay*, 105-134 and Harvard Univ. Cambridge - HUTP-81-A020 (81,REC.AUG.) 45p, Nucl. Phys. B193 (1981) 123-149.;

[14] D. London (DESY), R.D. Peccei (UCLA), UCLA/89/TEP/9, Mar 1989. 13pp. Published in Phys.Lett.B223:257,1989.

[15] Michael Gronau (Technion & DESY), David London (Montreal U.), DESY-90-106-REV., Sep 1990. 11pp. Corrected version. Published in Phys.Rev.Lett.65:3381-3384,1990.

[16] H.Ozaki Update of Fast simulator software Note-114.

[17] Pierre Billoir, *NIM* bf 225(1984),352.

[18] K.A.Ispirilm, *NIM* 117(1974)125.

[19] W.R.Leo, Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments, Springer-Verlag.

[20] H.Bichel, *Rev. Mod. Phys.*, Vol60, No3, 663.

[21] R.M. Sternheimer, M.J. Beger, S.M. Seltzer: At. Data and Nucl. Data Tables 30, 262 (1984)

[22] G.Hall, *Nucl. Instr. Meth.* 220 (1984)356

[23] The BELLE Collaboration, A Study of CP Violation in B Meson Decays Technical Design Report, January 1995.

[24] The BELLE Collaboration, Letter of Intent for A Study of CP Violation in B Meson Decays, April 1994.

[25] B Physics Task Force, 1992 Progress Report on B Physics Task Force Activities, April 1993.

[26] B Physics Task Force, Physics and Detector at KEK Asymmetric B factory, May 1992

[27] B Physics Task Force, Physics and Detector of Asymmetric B Factory at KEK, March 1991.

[28] DESIGN AND TESTS FOR CLEO-II SILICON VERTEX DETECTOR. By J.P. Alexander, J.A. Dobbins, K. Honscheid, C.D. Jones, M. Selen, H.M. Worden, F.K. Wurthwein (Cornell U., LNS), J. Gronberg, R.J. Morrison, H.N. Nelson, D.M. Schmidt, H. Tajima (UC, Santa Barbara), D. Cinabro, S. Henderson, H. Yamamoto (Harvard U.), M. Artuso, P. Rubin, Z. Sobolewski (Syracuse U.), D. Akerib, D. Cowen (Cal Tech). CLNS-92-1141, Mar 1992. 21pp. Presented at 6th European Symp. on Semiconductor Detectors, Milan, Italy, Feb 24-26, 1992. Nucl. Instrum. Methods A326 (1993) 243-250 and Cornell Univ. Ithaca - CLNS-92-1141 (92/03,rec.Jul.) 21 p.